

NETWERKPLANNINGTECHNIEKEN I

Planning en netwerkplanning

door Drs. A. Bosman en Drs. K. Wezeman

1 Inleiding

In een viertal artikelen zal aan het onderwerp netwerkplanning aandacht worden besteed. Gezien de vele publikaties die over dit onderwerp zijn verschenen, kan de behandeling ervan niet uitputtend zijn. Er zal vooral aandacht worden geschonken aan een aantal problemen van meer technische aard, waarbij wij steeds zullen trachten het relevante bedrijfseconomische kader aan te geven waarin deze onzes inziens moeten worden geplaatst. Wij pretenderen niet veel nieuws aan de reeds bestaande binnen- en buitenlandse literatuur toe te voegen. Dat wij het niettemin gewent achten dit onderwerp hier te behandelen is enerzijds gelegen in het feit dat er tot nu toe in de kolommen van dit tijdschrift weinig of geen aandacht aan werd besteed. Anderzijds zijn wij van mening dat men zich in vele uiteenzettingen over de netwerkplanningstechnieken te weinig bewust is van de grondslagen waarop deze technieken rusten. Dit heeft tot gevolg dat er over deze technieken nogal eens standpunten worden verkondigd, die wij aanvechtbaar achten. Dit geldt met name voor de rol die aan de tijdbepaling en de wijze van berekening ervan moet worden toegekend. Om deze reden zullen wij onze uiteenzetting beperken tot twee varianten van de netwerkplanningstechnieken, nl. CPS (Critical Path Scheduling) en PERT (Program Evaluation and Review Technique)¹). Gegeven deze beperking in de behandeling zullen in elk artikel, voor de lezer die zich verder wenst te oriënteren, literatuurverwijzingen worden opgenomen. Voorts zal voor elk artikel afzonderlijk het in dat artikel te behandelen gedeelte van de stof in de inleiding kort worden aangeduid.

In dit eerste artikel zal aandacht worden besteed aan de grondslagen der netwerkplanningstechnieken en aan het karakter van planningproblemen in het algemeen. Hierbij zal een vergelijking worden gemaakt met de tot nu toe veel toegepaste Gantt-chart technieken. In de laatste paragraaf zal dan nader worden ingegaan op enkele technische aspecten van de netwerkplanning.

2 De planning

Van het begrip planning bestaan vele, soms nogal verschillende, definities. Al deze definities hebben dit gemeen, dat een omschrijving wordt gegeven van wat planning omvat; bijv. in specifieke toepassingen als de produktieplanning²). Voorbijgegaan wordt aan wat, naar onze mening, het essentiële van de planning is. Juist

¹) In de buitenlandse literatuur komt men vele afkortingen tegen van de diverse varianten van de netwerkplanningstechnieken, zoals bijv. CPS, PERT, PEP, LESS, RAMPS, PROMIS en CPA. Aangezien al deze varianten het gebruik van een netwerk gemeen hebben wordt hiervoor de term netwerkplanningstechnieken gebruikt; zie A. Bosman: „Netwerkplanningstechnieken” *Maandblad voor Bedrijfsadministratie en organisatie*, jrg. 69, nr. 823 en 824 (oktober/november 1965).

²) Wij zullen hier een tweetal definities uit bekende Nederlandse bedrijfseconomische leerboeken weergeven. De eerste is van H. J. v. d. Schroeff: „*Leiding en organisatie van het bedrijf*”, Amsterdam 1961, p. 331, die planning omschrijft als: „de voorbereiding van de uitvoering, het onderzoek naar de meest doelmatige werkwijze daaronder begrepen”. De tweede is van J. L. Meij: *Leerboek der bedrijfseconomie*, deel II, Den Haag, p. 412, die onder planning verstaat: „het geheel van maatregelen en middelen, die ten doel hebben de uitvoering van de arbeid planmatig te doen verlopen. Dit houdt in dat de produktie met een minimum aan kosten geschiedt”.

voor het verkrijgen van een goed inzicht in de grondslagen van de netwerkplanning is het noodzakelijk aan dit punt enige aandacht te besteden.

Planning omvat, economisch gezien, twee stadia. In het eerste wordt de doelstelling, alsmede de wegen waarlangs men deze zou kunnen bereiken, vastgelegd. In het tweede tracht men te bepalen welke van de mogelijke wegen, gegeven een bepaald criterium, de beste zou zijn. In het algemeen mag worden aangenomen dat de aldus gevonden optimale weg bij de uitvoering van het plan zal worden „bewandeld”. De beide in voetnoot 2 gegeven definities omvatten deze beide stadia van de planning eveneens. Men krijgt echter de indruk dat de tweede fase van de planning, met in dit geval het kostenminimum als criterium, onafscheidelijk aan de eerste is verbonden. Deze gedachte, die waarschijnlijk is terug te brengen tot de hantering van het sociaal-economische begrip produktiefunctie in de bedrijfs-economie, is onjuist³⁾. De eerste fase van de planning kan het beste worden getypeerd door de definitie die Van Dale ervan geeft, nl. „de systematische regeling van de opeenvolging der werkzaamheden”⁴⁾. Het betreft hier een probleem van ordening. In een verzameling objecten, die gezien vanuit een oogpunt van planning gelijkwaardig zijn, moet een ordeningsrelatie, die de wijze van opeenvolging of het ontbreken daarvan vastlegt, worden aangebracht. In de genoemde produktiefunctie staat die opeenvolging vast; het eerste stadium van de planning wordt bekend verondersteld. Wat resteert is de tweede fase, nl. de keuze welke opeenvolgingsrelatie als de optimale kan worden aangeduid. Heel duidelijk blijkt dit bijv. bij de toepassing van de techniek der lineaire programmering op planningproblemen. Gegeven zijn dan activiteiten die, met behulp van in beperkte mate aanwezige produktiefactoren, kunnen worden uitgevoerd. Veelal wordt niet gedefinieerd op welk moment een activiteit moet worden uitgevoerd, waarbij men tevens uitgaat van de impliciete veronderstelling dat het moment van uitvoering geen verschil maakt voor wat betreft de grootte van het beslag op de schaarse produktiefactoren. Het volgende eenvoudige voorbeeld moge dit toelichten. Veronderstel men maakt een halffabrikaat a, waarvan één exemplaar is vereist per eenheid eindprodukt b. Voor de fabricage van a en b beschikt men voor ieder produkt over 100 uren arbeid. De arbeidsuren beschikbaar voor a kunnen niet worden gebruikt voor de vervaardiging van b; en omgekeerd kunnen de arbeidsuren beschikbaar voor b niet voor de produktie van a worden benut. De produktie van a vergt één arbeidsuur en van b een half arbeidsuur per eenheid. Stel van a worden x_1 eenheden vervaardigd; de produktie van b levert x_2 eenheden op. Men kan één en ander als volgt weergeven.

$$\begin{array}{rcl} 1x_1 & \leq & 100 \\ -1x_1 + 1x_2 & = & 0 \\ & & 0,5x_2 \leq 100 \\ x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

De optimale oplossing - in dit geval het maximum van een waardefunctie $p_1 x_1 + p_2 x_2$, waarin p_1 en p_2 de verkoopprijzen van resp. a en b vermindert met de directe variabele kosten voorstellen - is 100 stuks van a en b.

Waar het ons in dit geval echter om gaat is, dat de verschilvariabele bij de fabri-

³⁾ Zie voor een verdere uiteenzetting aangaande deze materie, G. Lassmann: *Die Produktionsfunktion und ihre Bedeutung für die betriebswirtschaftliche Kostentheorie*, Köln und Opladen 1958.

⁴⁾ Van Dale: *Groot Woordenboek der Nederlandse taal*, Den Haag 1961.

cage van x_2 eenheden b 50 onbezette arbeidsuren zal opleveren. Houdt dit nu in, dat deze uren eventueel voor de produktie van een ander produkt kunnen worden gebruikt? Een bevestigend antwoord kan alleen worden gegeven als bekend is op welke wijze het produkt b en het eventuele andere produkt, in de tijd gezien, worden vervaardigd. Er zijn twee mogelijkheden. Men kan met de produktie van b beginnen als er 50 exemplaren a gereed zijn. Dit betekent dan dat de eerste helft van de periode kan worden gebruikt voor de fabricage van het andere produkt. Men kan direct na het gereedkomen van a, b vervaardigen. Dit houdt in dat men, afgezien van het eerste uur, steeds een half uur respijt heeft voor de produktie van een ander produkt. Duidelijk blijkt dat er hier van een ordeningsprobleem sprake is. Er kan alleen een derde produkt worden gemaakt, indien de produktie ervan, in de tijd gezien, aan één van beide produktiemogelijkheden voldoet.

Door de verschillende mogelijkheden die er dikwijls bestaan om produkten te produceren, en door de verschillen die dit met zich mee kan brengen in het beslag op de produktiefactoren, ontstaan complexe planningproblemen. Het complexe schuilt in de interdependentie tussen de verschillende mogelijkheden en in het grote aantal combinaties dat kan worden gevormd. Beide oorzaken leiden ertoe dat optimale oplossingen in zulke gevallen niet kunnen worden gevonden. In plaats van de optimale oplossingen tracht men, bijv. met behulp van heuristische methoden, „goede” oplossingen te vinden.⁵⁾ De twee besproken stadia van het planningprobleem hangen in zoverre samen, dat het eigenlijke plannen, naar onze mening het onderkennen en omschrijven van de mogelijke ordeningsrelaties, het dikwijls onmogelijk maakt optimale oplossingen, binnen een aanvaardbare tijd, te vinden. Daardoor ontstaat binnen het tweede stadium een afzonderlijke problematiek, met name het omschrijven en classificeren van mogelijk goede oplossingen. Dit laatste is veel meer een planningprobleem dan het vinden van de optimale oplossingen. Immers gegeven een juiste methode voor het vinden van deze oplossing en een goed opgezette eerste fase van de planning resteert dan „slechts” rekenwerk.

Het nieuwe van de netwerkplanningstechnieken schuilt ondermeer hierin, dat de twee stadia van de planning scherp worden onderscheiden. In de eerste fase wordt een ordeningsrelatie aangebracht. Men maakt daarbij gebruik van een bepaald soort graph, nl. een netwerk⁶⁾. Een graph bestaat uit een verzameling punten, die door een bepaalde relatie - functie - onderling zijn verbonden. Grafisch geeft men dit weer door punten, knooppunten genaamd, die door lijnen, ook wel ribben genoemd, zijn verbonden⁷⁾. Men spreekt van een gerichte graph, indien deze lijnen georiënteerd zijn, d.w.z. indien zij in een bepaalde richting wijzen. De lijnen worden dan pijlen genoemd. In tegenstelling tot wat in de Angelsaksische literatuur gebruikelijk is, noemen wij de punten in dit geval ook knooppunten. In een netwerk kan men drie soorten knooppunten onderscheiden. Men spreekt

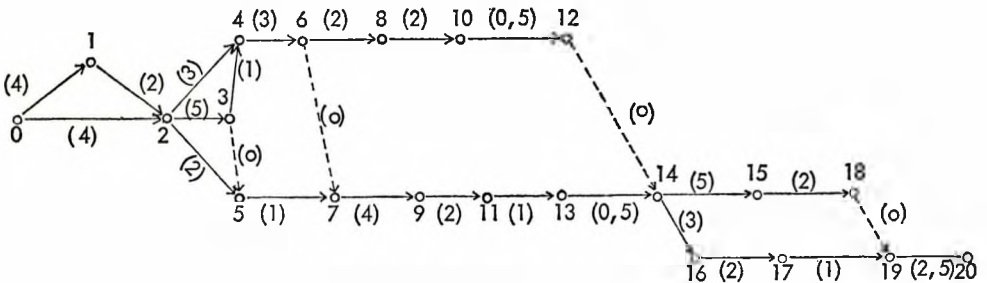
⁵⁾ A. Bosman: „Heuristische programmering - Een recente ontwikkeling op het gebied van de simulatie”, *Maandblad voor Accountancy en Bedrijfshuishoudkunde*, jrg. 39 (1965), nr. 2/3.

⁶⁾ Een goede inleiding over de graphentheorie vindt men in, O. Ore: *Graphs and Their Uses*, New Mathematical Library, 1963. Een uitgebreide uiteenzetting vindt men in, Claude Berge: *The theory of Graphs*, Londen 1962, en in Robert G. Busacker en Thoman L. Saaty: *Finite Graphs and Networks*, New York 1965. De term graph hebben wij niet vertaald. Mogelijke vertalingen als knoopsel en rooster zijn in de Nederlandse literatuur niet overgenomen. Nederlandse wiskundigen gebruiken het woord graph, zie J. C. Boland: „Theorie der Graphen”, *Topologie*, vacatiecursus 1963, Stichting Mathematisch Centrum, Amsterdam.

⁷⁾ Zowel de verzamelingsrelatie als de daarbij behorende figuur worden graph genoemd.

van het beginknooppunt van een netwerk indien dit knooppunt geen voorgangers heeft (in fig. 1 is dat knooppunt 0); van een eindknooppunt is sprake indien dit knooppunt geen opvolgers heeft (knooppunt 20 in fig. 1). Tenslotte onderscheidt men nog het tussenliggende knooppunt, dat tenminste één voorganger en één opvolger heeft. Met behulp van een graph is het mogelijk een bepaalde ordeningsrelatie eenvoudig weer te geven. Met nadruk moet er op worden gewezen dat een graph één ordeningsrelatie weergeeft uit alle mogelijke. Het is daarom dikwijls mogelijk van een planningprobleem een groot aantal graphen te tekenen. Het instrument van de graph verliest daarmee uiteraard een stuk van zijn waarde. Toepassing van de graphentheorie op planningproblemen biedt om de volgende redenen bepaalde voordelen.

- 1 De graph komt tot stand door uit te gaan van de afhankelijkheid tussen de objecten van planning. Dit is een belangrijk winstpunt, omdat deze afhankelijkheid voor het oplossen van het probleem, maar ook voor het analyseren van de veranderingen die ontstaan door het optreden van wijzigingen in de oorspronkelijke planningdata, van groot belang is.
- 2 De graph kan gemakkelijk en op een aanschouwelijke wijze worden weergegeven.
- 3 De graph leent zich, door haar constructie, voor verwerking met een elektronische rekenmachine.



Figuur 1

Vooropgesteld moet worden dat de toepassing van graphen op planningproblemen een hulpmiddel is van heuristische aard. De ordeningsrelatie komt tot stand door uit te gaan van technologische data, die bewerkstelligen dat bepaalde werkzaamheden, in dit geval activiteiten genoemd, eerder dan of gelijktijdig met andere moeten worden verricht⁸⁾. Zoals reeds werd opgemerkt, zijn er vaak verschillende mogelijkheden, ook indien men van technische data uitgaat, om te ordenen. Welke mogelijkheid men kiest, wordt door de onderhandelingen van de bij de planning betrokkenen bepaald. De factoren die daarbij een rol spelen kunnen van geval tot geval verschillen. Of de opgestelde graph acceptabel is, de tweede fase van het planningprobleem, wordt vastgesteld door van de gerichte graph een netwerk te maken. Een netwerk is een gerichte graph, zonder circuit, waarbij aan elke pijl (activiteit) een getal wordt toegekend, dat men wel de waarde van de pijl of activiteit noemt. Een gerichte graph bevat een circuit, indien men vanuit een

⁸⁾ Deze afhankelijkheid op grond van technologische factoren brengt een afhankelijkheid in de tijd met zich mee, uiteraard geldt het omgekeerde niet. Van deze afhankelijkheid maakt men bij de hierna te behandelen tijdbepaling gebruik.

bepaald knooppunt langs een samenstel van pijlen en knooppunten weer in dat knooppunt terugkomt. Dit betekent dat dit samenstel van activiteiten nooit gereed zou komen. De waarden van de pijlen (activiteiten) geven in de netwerkplanning de tijdsduur weer die noodzakelijk is voor de uitvoering van een activiteit (zie figuur 1, blz. 376). Aangezien de activiteiten worden bepaald door de knooppunten waartussen ze liggen, is het vereist dat tussen twee knooppunten slechts één activiteit voorkomt. De afhankelijkheid die in het netwerk tot uitdrukking wordt gebracht is, dat met de activiteiten beginnende in een bepaald knooppunt niet kan worden gestart voordat alle activiteiten eindigende in dat knooppunt gereed zijn. In het hiergegeven voorbeeld betekent dit dat men bijv. met activiteit (4,6) niet kan beginnen voordat de activiteiten (2,4) en (3,4) gereed zijn. Deze twee eenvoudige grondslagen vormen de basis voor de constructie van het netwerk. Men is vrij in de keuze van de inhoud en plaats van elke activiteit, mits aan deze voorwaarden wordt voldaan.

Heeft men de tijdsduren aan de activiteiten toegekend, dan is het mogelijk in het netwerk zgn. paden te onderscheiden. Onder een pad verstaat men een reeks opeenvolgende activiteiten waarbij het beginknooppunt van de ene activiteit samenvalt met het eindknooppunt van de voorafgaande. Elk pad, beginnende in een beginknooppunt en eindigende in een eindknooppunt van het netwerk, kan van een bepaalde getalswaarde worden voorzien. Deze waarde vindt men door de tijdsduren van de activiteiten op dit pad te sommeren. Een of enkele paden zullen de grootste tijdsduur hebben. Dit pad wordt dan het kritieke pad genoemd. De lengte van dit pad bepaalt de duur van het project dat door het samenstel van activiteiten wordt weergegeven. Men zou nu om na te gaan of de in het netwerk weergegeven planning acceptabel is, verschillende wegen kunnen bewandelen. In de standaard netwerkplanningstechnieken, die wij hier behandelen, is het gebruikelijk alleen de tijd als criterium te nemen en wel een zekere normtijd waarmee men de lengte van het kritieke pad vergelijkt.

Is het netwerk niet acceptabel dan staan er twee wegen open.

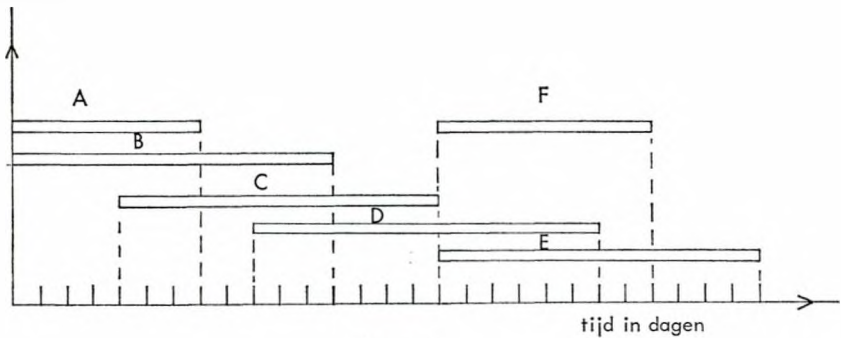
- 1 Het herzien van de tijden die voor de uitvoering der activiteiten nodig zijn. In dit geval wordt de vorm van het netwerk niet aangetast. Op dit punt zal hieronder nog nader worden teruggekomen.
- 2 Indien de onder 1 genoemde methode niet het gewenste resultaat oplevert, zal men het probleem moeten herformuleren. Dit houdt in het opstellen van een andere graph. In de praktijk zal dit veelal tot gevolg hebben dat er in een netwerk meer parallele paden ontstaan.

Tot voor kort werd bij planningproblemen veelvuldig gebruik gemaakt van de methode van het staafdiagram, ook wel Gantt-chart genoemd (zie fig. 2). Een Gantt-chart is een bepaalde grafische voorstelling van de uitvoering in de tijd van de verschillende activiteiten.

Op de horizontale as wordt de tijd afgezet, waarbij men zelf de maateenheid kan kiezen die men geschikt acht. Elke uit te voeren activiteit wordt weergegeven door een horizontale balk of lijn, waarvan de lengte de voor de uitvoering vereiste tijd weergeeft⁹⁾. Uitgaande van een bepaald punt op de horizontale as kan men nagaan hoever de uitvoering van bepaalde activiteiten moet hebben plaatsgevonden.

⁹⁾ In tegenstelling tot het hier opgemerkte bestaat er in het netwerk geen verband tussen de lengte van een bepaalde pijl en de tijdsduur ervan.

Activiteiten



Figuur 2

Vergelijking met de werkelijke stand der uitvoering op dat moment leert of de planning is gerealiseerd of niet. Zonder te kort te willen doen aan de verdiensten van een dergelijk Gantt-chart als hulpmiddel bij de planning moet toch worden gesteld dat het staafdiagram in wezen niets meer is dan het op een specifieke wijze administreren van beslissingen die reeds, los van de techniek, zijn genomen. Deze Gantt-chart technieken dragen dan ook niet bij tot het nemen van planning-beslissingen. Het nut van deze technieken ligt dan ook voornamelijk in het vlak van de voortgangscontrole. Daarbij gaat het immers om de vraag of in de uitvoering moet worden ingegrepen. De vergelijking van de geplande en gerealiseerde uitvoering kan hiervoor een belangrijke indicatie geven.

Het grote verschil tussen de Gantt-chart techniek en die van de netwerkplanning moet worden gezocht in het ontbreken van een duidelijke voorstelling van de afhankelijkheid tussen de activiteiten bij de eerste, terwijl dit bij de tweede juist de grondslag vormt voor de opstelling van het plan. Daarnaast is bij de eerste de planning en de tijdbepaling in één fase geïntegreerd, terwijl deze bij de tweede voor een belangrijk deel zijn gescheiden. De tweede heeft een criterium waarmee het al of niet acceptabel zijn van het plan kan worden beoordeeld, bij de eerste is elk plan acceptabel dat aan de beperkingen in het kader van het planningprobleem voldoet. Dit laatste betekent dat, indien men veel beperkingen zou opnemen, een goede - wellicht optimale - oplossing kan worden verkregen. Het vinden van deze oplossing is, door de combinatorische problemen die erbij optreden, geen eenvoudige zaak. Juist de keuze van de afhankelijkheid als grondslag voor de planning maakt het in het geval van de netwerkplanning veel eenvoudiger de gevolgen van eventuele wijzigingen in de data te overzien. Beide technieken zijn echter heuristisch van aard, in die zin, dat niet een optimum wordt nagestreefd, terwijl de regels die men bij het opstellen van het plan hanteert van geval tot geval kunnen verschillen. Evenals elke techniek is ook de toepassing van de netwerkanalyse aan beperkingen onderhevig. In hoofdzaak zijn er twee oorzaken.

- 1 Netwerkplanningstechnieken kunnen niet worden toegepast op al die problemen waarin terugkoppeling voorkomt. Hierdoor ontstaan nl. circuits in het netwerk.
- 2 In al die gevallen dat er van een planningprobleem veel netwerken kunnen worden getekend, bijv. omdat het einddoel uit meerdere delen bestaat of omdat dit doel op vele verschillende manieren kan worden bereikt of een combinatie

van beide, rijst de vraag naar de samenstelling van het optimale netwerk. Het antwoord op deze vraag is enerzijds afhankelijk van het criterium dat men kiest voor de bepaling van het optimum, anderzijds van het aantal mogelijke netwerken dat men zou kunnen opstellen. Is dat aantal groot, dan zal men naar andere hulpmiddelen moeten uitzien. Tot nu toe werd een oplossing voor dit probleem veelal gezocht in een keuze uit een beperkt aantal gevallen, waarbij het veelal niet duidelijk is op grond van welke overwegingen dit beperkte aantal is gekozen. In dat geval kan men ook de netwerkplanningstechnieken gebruiken. De grote toepassingsmogelijkheden van deze technieken vindt men echter bij die planningproblemen waarbij het einddoel nauwkeurig kan worden omschreven en waar het aantal mogelijke wijzen van technische uitvoering beperkt is. Dit is vaak het geval bij de planning van zgn. projecten. Men spreekt daarom ook wel van projectplanning.

3 De techniek van de netwerkplanning

In de voorafgaande paragraaf zijn de algemene grondslagen van de netwerktechnieken aan de orde geweest. Thans zal nader worden ingegaan op een aantal technische aspecten. Hierbij zal het in fig. 1 getekende netwerk als toelichting dienen. Dit netwerk is een gestyleerd voorbeeld betreffende de constructie van een gebouw; het omvat 20 knooppunten en 26 activiteiten. De nummering der knooppunten is zo gekozen dat het beginknooppunt van een activiteit steeds een lagere getalswaarde heeft dan het eindknooppunt. Voor berekeningen „met de hand”, waarop wij later terugkomen, is dit noodzakelijk.

Tabel 1

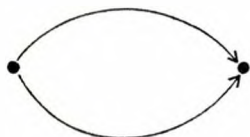
<i>Activiteit</i>	<i>Aard van de activiteit</i>	<i>Duur van de activiteit in weken¹⁰⁾</i>
0,1	aanvragen der voorziening	4
0,2	bouwrijp maken van het terrein	4
1,2	aanbesteding	2
2,3	bestelling en levering van het materiaal	5
2,4	heien	3
2,5	diverse graafwerkzaamheden	2
3,4	leggen van een werkvloer	1
3,5	schijnactiviteit	0
4,6	fundering 1ste gedeelte	3
5,7	rioolbuizen leggen	1
6,7	schijnactiviteit	0

¹⁰⁾ De maateenheid waarin men de duur der activiteiten wenst uit te drukken wordt in de praktijk vaak bepaald door de aard van het project. In de keuze van deze maateenheid is men overigens geheel vrij, mits voor alle activiteiten dezelfde maateenheid wordt genomen. Zo is voor de activiteiten (10,12) en (13,14) een halve week opgenomen i.p.v. twee en een halve dag. Een ander punt dat aandacht verdient, is de mate van detaillering van het netwerk. Het is veelal mogelijk bepaalde activiteiten te splitsen in kleinere eenheden. In het hiergegeven voorbeeld is het maken van de fundering in twee delen gesplitst, evenals het aanbrengen van de bekisting en het storten van het beton. Het effect hiervan is dat in het netwerk meerdere parallele paden ontstaan. Hoever men deze detaillering moet doorvoeren valt niet algemeen aan te geven. Dit hangt nl. af van het onderhavige probleem. Veelal zal uit de tijdbepaling een aanwijzing worden verkregen of het netwerk voldoende is gedetailleerd.

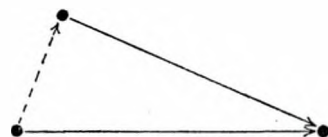
6,8	bekisting	2
7,9	fundering 2de gedeelte	4
8,10	betonstorten 1ste gedeelte	2
9,11	bekisting 2de gedeelte	2
10,12	verwijdering bekisting 1ste ged.	0,5
11,13	betonstorten 2de gedeelte	1
12,14	schijnactiviteit	0
13,14	verwijdering bekisting 2de ged.	0,5
14,15	metselwerk	5
14,16	diverse werkzaamheden binnen	3
15,18	constructie v. h. dak + afwerking	2
16,17	schilder- en behangwerk binnen	2
17,19	stucadoorwerk	1
18,19	schijnactiviteit	0
19,20	schilderwerk buiten	2,5

Om aan de in de vorige paragraaf genoemde voorwaarden bij de samenstelling van een netwerk te kunnen voldoen, is het in vele gevallen noodzakelijk schijnactiviteiten te introduceren. Er zijn in het algemeen twee gevallen die nopen tot het gebruik van dergelijke schijnactiviteiten¹¹⁾.

- 1 Het kan voorkomen dat in een netwerk twee verschillende activiteiten worden gedefinieerd door hetzelfde begin- en eindknooppunt (zie figuur 3). Dit moet worden voorkomen omdat in een dergelijk geval geen eenduidige uitkomsten worden verkregen. Men kan dit oplossen door de beide activiteiten in een verschillend knooppunt te laten beginnen, waarbij de onderlinge relatie wordt aangegeven door een schijnactiviteit (figuur 4).

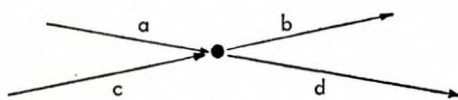


Figuur 3

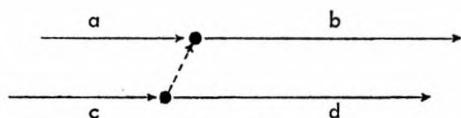


Figuur 4

- 2 Het gebruik van een schijnactiviteit is ook geboden indien twee of meer activiteiten die in hetzelfde knooppunt starten niet dezelfde opeenvolgingsrelatie hebben met de activiteiten die in dat knooppunt eindigen. In fig. 5 bijv. wordt aangegeven dat de activiteiten b en d kunnen beginnen wanneer a en c gereed zijn. In dit geval zijn de activiteiten b en d beide afhankelijk van a en c. Is het echter zo dat bijv. b wel afhankelijk is van a en c terwijl d slechts een relatie met c heeft dan zal dit m.b.v. een schijnactiviteit tot uitdrukking moeten worden gebracht (figuur 6).



Figuur 5



Figuur 6

¹¹⁾ Schijnactiviteiten hebben een tijdsduur van nul tijdseenheden.

De tijdbepaling in het kader van de netwerkplanning is eerst mogelijk indien behalve de graph ook de tijdsduren (t_{ij}) der verschillende activiteiten bekend zijn. Per knooppunt kan men dan twee verschillende grootheden, knooppuntmomenten genoemd, berekenen. Het eerste knooppuntmoment dat wordt onderscheiden is het *vroegst mogelijke knooppuntmoment*, t_i^e . Dit is voor elk knooppunt het vroegste moment waarop men vanuit dit knooppunt kan vertrekken.

Hiervoor geldt de volgende formule¹²⁾:

$$t_i^e = \max. (t_i^e + t_{ij}), \quad \left. \begin{array}{l} \text{waarbij } j \neq 0 \\ \text{en } t_i^e = 0 \end{array} \right\} (1)$$

Het tweede knooppuntmoment is het *laatst toelaatbare knooppuntmoment*, t_i^l . Dit is het moment waarop de activiteiten die in dat knooppunt eindigen uiterlijk voltooid moeten zijn wil de totale projectduur - λ - niet worden overschreden. Hierbij is $\lambda = t_n^l$, waarin n het laatste knooppunt voorstelt. Nu is

$$t_i^l = \min (t_i^l - t_{ij}) \quad (2)$$

Bij de hiervoor gedefiniëerde momenten worden de berekende tijdstippen geheel toegerekend aan de knooppunten uit het netwerk. Stelt men bij de tijdsbepaling de activiteiten centraal dan kunnen uit de hiervoor gedefiniëerde grootheden de volgende begrippen voor activiteiten worden afgeleid.

a) *Het vroegst mogelijke startmoment* van een activiteit (i, j). Deze grootheid valt samen met het hiervoor gedefiniëerde vroegst mogelijke knooppuntmoment. (t_i^e).

b) *Het laatst toelaatbare voltooiingsmoment* van een activiteit (i,j). Hieronder wordt verstaan het moment waarop een activiteit uiterlijk moet zijn voltooid teneinde de totale projectduur λ niet te overschrijden. Dit valt samen met het laatst toelaatbare knooppuntmoment.

c) *Het vroegst mogelijke voltooiingsmoment*, $t^{e(i,j)}$. Hieronder verstaat men het moment waarop een activiteit (i,j) op zijn vroegst voltooid kan zijn ervan uitgaande dat de relevante voorgaande activiteiten op het vroegst mogelijke moment worden gestart.

Dit moment kan worden berekend volgens de formule

$$t^{e(i,j)} = t_i^e + t_{ij} \quad (3)$$

d) Vervolgens kent men het *uiterlijk startmoment* van een activiteit (i,j). Dit is gelijk aan het uiterlijke voltooiingsmoment van die activiteit minus de activiteitsduur ($t_i^l - t_{ij}$).

Tenslotte kan men in het kader van de netwerkplanning voor elke activiteit een *voorkeurstartmoment* en een *voorkeurv voltooiingsmoment* onderscheiden. Deze voorkeurtijdstippen worden bepaald door de instantie die met de voortgangscontrole is belast. Hierbij kunnen verschillende overwegingen een rol spelen die niet in het netwerk tot uitdrukking kunnen worden gebracht.

De totale projectduur wordt bepaald door het pad dat de langste duur heeft. Dit pad noemt men het *kritieke pad* en de activiteiten die op dit pad liggen worden *kritieke activiteiten* genoemd. Voor deze activiteiten geldt dat het *vroegst mogelijke* en het *uiterlijke startmoment* samenvallen, evenals het *vroegst mogelijke* en het *laatst toelaatbare voltooiingsmoment*. Vertraging in de uit-

¹²⁾ De hier gebruikte notatie is de volgende. De indices i en j geven de knooppunten aan, waarbij i het beginknooppunt en j het eindknooppunt voorstelt. De letter e staat voor het eerst mogelijke moment, de letter l voor het laatst toelaatbare moment.

voering van een kritieke activiteit betekent dus dat de totale projectduur wordt overschreden. Dit geldt niet voor de activiteiten die niet op het kritieke pad liggen. De niet kritieke paden in een netwerk hebben per definitie een kortere duur dan het kritieke pad. Het bestaan van een zekere speelruimte in de uitvoering van een activiteit geeft de leiding de mogelijkheid dergelijke activiteiten in de tijd te verschuiven of de uitvoering ervan uit te stellen. De volgende soorten speelruimten kunnen worden onderscheiden.

a) *De totale speelruimte* s^t ; dit is de tijd waarmee de uitvoering van een activiteit kan worden verlengd of uitgesteld zonder dat de totale projectduur in gevaar wordt gebracht. De totale speelruimte van een activiteit is gelijk aan het verschil tussen het vroegst mogelijke startmoment en het uiterlijke startmoment van de betreffende activiteit.

$$s^t = t_j^l - t_i^e - t_{ij} \quad (4)$$

Hierbij wordt de speling formeel aan een activiteit, materieel echter aan een pad, toegerekend.

b) *De vrije speelruimte* s^v ; dit is de duur waarmee de uitvoering van een activiteit kan worden vertraagd of uitgesteld zonder dat één der volgende activiteiten daarvan vertraging ondervindt. De vrije speelruimte wordt bepaald door het verschil tussen het vroegst mogelijke startmoment van de opvolgende activiteit en de vroegst mogelijke voltooiing van de betreffende activiteit. In dit geval wordt de speelruimte aan een activiteit toegerekend.

$$s^v = t_i^e - t_j^e - t_{ij} \quad (5)$$

c) *De afhankelijke speelruimte* s^a wordt bepaald door het verschil tussen het laatst toelaatbare knooppuntmoment en het vroegst mogelijke knooppuntmoment. Hier wordt de speelruimte in eerste aanleg aan knooppunten, maar via deze weer aan activiteiten toegerekend.

$$s^a = t_j^l - t_i^e \quad (6)$$

d) *De onafhankelijke speelruimte* s^o wordt weer aan een activiteit toegekend.

$$s^o = t_i^e - t_j^l - t_{ij} \quad (7)$$

Uit de hier gegeven formules valt gemakkelijk in te zien dat geldt:

$$s^t = s^v + s^a \quad (8)$$