INVESTERINGSMODELLEN GEBASEERD OP BEPERKT WINSTMAXIMALISATIE- EN NIET-WINSTMAXIMALISATIEGEDRAG*

door Dr. Siert E. de Jong

1 Inleiding

Vanouds is de economische theorie gebouwd op het winststreven van de ondernemer. Recentelijk hebben enkele alternatieve ondernemersdoelen veel aandacht gekregen. Niettemin zijn - op een enkele uitzondering na - in de theorie van het investeringsgedrag alle bestaande modellen, positief zowel als normatief, gebaseerd op winstmaximalisatie. In het onderhavige artikel wordt een serie investeringsmodellen ontwikkeld, uitgaande van een aantal der bekendste niet-winstmaximalisatie motieven.

De alternatieve doeleinden als zodanig staan niet ter discussie. Het doel van dit artikel is na te gaan wat de konsekwenties van de verschillende motieven voor de investeringstheorie zijn. Met andere woorden de vraag is:

„Wat zijn de determinanten van het investeringsgedrag, wanneer de doeleinden van de decisienemer verschillen van de bekende maximalisatie van de ondernemingswinst?"

Verschillende doeleinden worden op deze manier getest. Een is van het „winstmaximalisatie - onder - randvoorwaarden"-type; één is omzetmaximalisatie à la Baumol[1]); en de laatste is, in navolging van Williamson[2]), de maximalisatie van het eigen nut van de ondernemer.

Traditionele investeringsmodellen gaan uit van een gegeven aangenomen relatie tussen investeringsuitgaven en netto-opbrengst, op uiteenlopende wijze aangeduid als: „internal rate of return schedule", „marginal efficiency of capital function", en dergelijke. Daarna wordt aangetoond dat de investeringsomvang, corresponderend met maximum winst, ligt bij het punt waar de marginale rentabiliteit van de investeringen gelijk is aan de marginale vermogenskosten. Tengevolge van deze direkte koppeling tussen investering en netto-opbrengst in de elementaire uitgangspunten van het model verschijnen variabelen zoals: produkt- en produktiemiddelen-prijzen, produktie, verkoopkosten, etc., niet expliciet in de analyse. Dit maakt de traditionele aanpak minder geschikt voor de introduktie van andere (niet-winstmaximalisatie) doeleinden zoals: maximalisatie van de omzet, voorkeur voor bepaalde uitgaven klassen als management salaris, onkostenvergoedingen, uitgaven voor personele organisatie, etc., aangezien deze alternatieve doeleinden de expliciete introduktie van allerlei opbrengsten en kosten vereisen.

Nog een ander, meer fundamenteel, bezwaar kan tegen de klassieke benaderingswijze worden ingebracht. Investering is een stroom: de toevoeging aan de kapitaalvoorraad per tijdseenheid. Opbrengst is primair een functie van de totale hoeveelheid kapitaal die op een gegeven moment bestaat - een voorraad - en niet van de periodieke toevoegingen aan die voorraad.

---

*) De schrijver is prof. dr. J. L. Bouma en de colloqiumdeelnemers van de Faculteit der Economische Wetenschappen te Groningen erkentelijk voor hun waardevolle opmerkingen.

1) W. J. BAUMOL, *Business Behavior, Value and Growth,* (New York: The Macmillan Company, 1959) Ch. 6-8.

2) O. E. WILLIAMSON, *The Economics of Discretionary Behavior: Managerial Objectives in a Theory of the Firm,* (Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1963) Ch. 3.

M.a.w. de gelijkheid tussen de marginale rentabiliteit en de marginale vermogenskosten bepaalt de optimale kapitaalvoorraad, niet de optimale investeringsstroom. De toevoeging van expliciete veronderstellingen over de relatie tussen de optimale kapitaalvoorraad en de groeisnelheid van de feitelijke kapitaalvoorraad is vereist wil men een investeringsvergelijking afleiden.

Een investeringsmodel dat, hoewel gebaseerd op winstmaximalisatie, aan de laatste twee genoemde bezwaren tegemoet komt is in 1963 gepubliceerd door F. Hammer[3]). Helaas heeft ook Hammer's constructie gebreken. Een groot nadeel is bijvoorbeeld dat de hoeveelheid eigen vermogen constant wordt verondersteld. Dit betekent o.a. dat geen aandelen mogen worden uitgegeven en dat geen winst mag worden teruggeploegd. Dit is voor de tegenwoordige wereld niet realistisch te noemen. Het doet bovendien paradoxaal aan dat in een model, waar bij de eigenaren winstmaximalisatie voorop staat, iedere toevoeging aan het eigen vermogen van te voren wordt uitgesloten.

Een constant eigen vermogen kan wel eens voorkomen, soms ook wel als resultaat van een bewuste keuze, maar het lijkt onjuist dit gedrag als uitgangspunt voor een algemeen bedoeld investeringsmodel te kiezen.

Zoals in het volgende zal worden aangetoond is het echter mogelijk, op tamelijke simpele wijze, Hammer's z.g. „Wealth-model" zodanig te wijzigen, dat iedere soort van financiering van de investeringen, dus ook met eigen vermogen, mogelijk wordt. Dit, algemene, „Kapitaal-model", zoals het verder zal worden genoemd, kan dan tevens worden gebruikt om de invloed van alternatieve ondernemersdoeleinden op de investeringstheorie na te gaan. Het blijkt dan ook dat het „Wealth-model" als een speciaal geval van het „Kapitaal-model" kan worden beschouwd.

2 Het „Kapitaal-model"

Het Kapitaal-model werkt met de variabelen voorkomende op de balans. Men kan zeggen dat de debetzijde van een standaard balans de kapitaalgoederen (activa) van de bedrijfshuishouding aangeeft, terwijl de creditzijde vermeldt hoe de totale kapitaalvoorraad is gefinancierd. De balansvariabelen zijn voorraden die in het model zijn herleid tot standaard reële eenheden. De volgende schematische indeling is gebruikt:

X_A is de voorraad activa

X_E is de voorraad eigen vermogen

X_L is de voorraad vreemd vermogen.

(B.v. X_E bestaat uit het aantal (stuks) aandelen van standaard nominale waarde. Aandelen van andere nominale waarde moeten tot de standaard eenheden worden omgerekend.)

In het onderhavige model wordt dus geen onderscheid gemaakt tussen aandelenvermogen en reserves. Van de invloed van belastingen is eveneens geabstraheerd.

Nadere detaillering in meerdere groepen kapitaalgoederen en meerdere soorten eigen- en vreemd vermogen is, indien gewenst, zonder meer mogelijk.

De voorraden X_A, X_E en X_L kunnen worden verkocht in de kapitaal (vermogens) markten tegen de prijzen P_A, P_E en P_L.

(B.v. P_E is de prijs van een aandeel van standaard nominale waarde, gemeten in guldens per stuk.)

[3]) F. S. HAMMER, *The Demand for Physical Capital: Application of a Wealth Model,* (Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1963)

Aangezien ieder kapitaalgoed gefinancierd moet worden geldt:

$$(2.1) \quad p_A X_A = p_E X_E + p_L X_L.$$

Deze primaire identiteit reflecteert het boekhoudkundig gebruik dat het totaal van de linkerzijde van een balans altijd gelijk is aan het totaal van de rechterzijde.

De activa X_A, het eigen vermogen X_E en het vreemde vermogen X_L (kortweg X_i, i = A, E, L) hebben een nominaal perunage p_i (resp. nominale rentabiliteit, nominale dividendperunage en nominale intrestperunage) en een effectief percentage π_i (effectieve rentabiliteit, - rendement, - intrest), welke als volgt gedefinieerd zijn:

$$(2.2) \quad \pi_i = \frac{p_i}{P_i}, \text{ voor } i = A, E, L.$$

(B.v. van een aandeel is P_E het dividend per aandeel in guldens per stuk van standaard nominale waarde, en π_E het effectieve rendementspercentage $= \frac{p_E}{P_E}$.)

Veronderstel dat de produktiefunktie „constant returns to scale" als eigenschap heeft en dat bovendien voor iedere „long-run"-produktiesnelheid de optimale voorraad kapitaalgoederen recht evenredig is aan die produktiesnelheid.

De produktie Q kan dan worden geschreven als een lineaire funktie van de voorraad kapitaal

$$(2.3) \quad Q = a \,.\, X_A,$$

waarin a een constante is.

De totale produktiekosten in de long run K_Q zijn evenredig aan de produktie en dus ook aan de voorraad kapitaal:

$$(2.4) \quad K_Q = b \,.\, Q = a \,.\, b \,.\, X_A,$$

waarin b een constante is.

De prijs van het produkt P_d is op traditionele manier een functie van de afzet:

$$(2.5) \quad P_d = P_d\,(Q) = P_d\,(a \,.\, X_A).$$

De totale vermogenskosten zijn:

$$(2.6) \quad K_F = p_E X_E + p_L X_L.$$

Winst W is de totale opbrengst minus de totale kosten:

$$(2.7) \quad W = P_d\,(Q) \,.\, a \,.\, X_A - a \,.\, b \,.\, X_A - p_E X_E - p_L X_L.$$

3 Onbeperkte winstmaximalisatie

Voor vergelijking met latere modellen is het instructief het traditionele winstmaximalisatie uitgangspunt toe te passen op het Kapitaal-model. Het traditionele winststreven is onbeperkt, d.w.z. er is geen plaats voor beperkende gedragsvoorwaarden. Wel moet natuurlijk de identiteit (2.1) gehandhaafd blijven.

Dus een toename van de hoeveelheid kapitaal moet vergezeld gaan van een toename van het eigen vermogen òf van een toename van het vreemde vermogen òf van beide, voor eenzelfde bedrag. Zolang echter aan (2.1) is voldaan, kan de bedrijfshuishouding vrijelijk X_A, X_E en X_L vaststellen, in iedere riching en onafhankelijk van elkaar. Winstmaximalisatie in traditionele zin betekent dus het maximaliseren van (2.7) onder de beperking, opgelegd door (2.1):

$$(3.1)\quad \text{Max } L = P_d(Q) \cdot a \cdot X_A - a \cdot b \cdot X_A - p_E X_E - p_L X_L + \\ - \lambda\, [P_A X_A - P_E X_E - P_L X_L],$$

waarin λ een La Grange multiplicator is.

Vooropgesteld dat aan de secundaire voorwaarden voor een maximum is voldaan, kan het optimum worden bepaald door de partiële afgeleiden van L naar X_A, X_E, X_L en λ gelijk aan nul te stellen. Dit geeft een systeem van vier vergelijkingen in vier onbekenden:

$$(3.2)\quad \frac{\partial L}{\partial X_A} = P_d(Q) \cdot a + a \cdot X_A \cdot \frac{d(P_d(Q))}{dQ} \cdot a - a \cdot b - \lambda P_A = 0$$

$$(3.3)\quad \frac{\partial L}{\partial X_E} = p_E + X_E\, p_E' - \lambda P_E = 0$$

$$(3.4)\quad \frac{\partial L}{\partial X_L} = p_L + X_L \cdot p_L' - \lambda P_L = 0$$

$$(3.5)\quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = P_A X_A - P_E X_E - P_L X_L = 0$$

Hierin zijn p_E en p_L opgevat als functies van X_E en X_L, zodanig dat p'_E en $p'_L \geqq 0$. (Naarmate meer vermogen wordt aangetrokken stijgt de prijs daarvan). Uit bovenstaand systeem van vergelijkingen volgt dat het optimum wordt gekarakteriseerd door de volgende gelijkheid:

$$(3.6)\quad \frac{P_d(Q) \cdot a + a^2 \cdot X_A \cdot \dfrac{d(P_d(Q))}{dQ} - a \cdot b}{P_A} = \\ = \frac{p_E + p_E' X_E}{P_E} = \frac{p_L + p_L' X_L}{P_L}.$$

Per definitie is p_A, de rentabiliteit van het kapitaal, gelijk aan de winst voor aftrek van vermogenskosten gedeeld door het kapitaal:

$$(3.7)\quad p_A = \frac{P_d(Q) \cdot a \cdot X_A - a \cdot b \cdot X_A}{X_A} = P_d(Q) \cdot a - a \cdot b,$$

$$(3.8)\quad \text{en is } p_A' = \frac{d\,p_A}{d\,X_A} = a^2\, \frac{d(P_d(Q))}{dQ}.$$

Met behulp van (3.7) en (3.8) kan men de evenwichtstoestand ook beschrijven met:

$$(3.9)\quad \frac{p_A + p'_A X_A}{P_A} = \frac{p_E + p'_E X_E}{P_E} = \frac{p_L + p'_L X_L}{P_L}$$

In woorden: De onderneming die streeft naar maximum winst zal haar activa en passiva zodanig rangschikken dat de marginale rentabiliteit van het kapitaal gedeeld door de prijs van het kapitaal zowel gelijk is aan het marginale rendement van het eigen vermogen gedeeld door de prijs van het eigen vermogen, als aan het marginale intrestpercentage van het vreemde vermogen gedeeld door de prijs van vreemd vermogen.

Dit is de bekende conclusie van de conventionele theorie, maar nu in voorraad i.p.v. stroomgrootheden uitgedrukt.

De optimale voorraad kapitaal X^* kan bepaald worden door het systeem (3.2) t.m. (3.5) op te lossen voor X_A. Dit geeft:[4])

$$(3.10)\quad X^*_A = c_1\ (\pi_A - \pi_E) + c_2\ (\pi_A - \pi_L),$$

waarin de c's constanten zijn.

Met behulp van twee additionele veronderstellingen kan een micro-investeringsvergelijking worden afgeleid.[5])

De eerste is dat de netto investering (B_t) in een zekere periode t evenredig is aan het verschil tussen de optimale kapitaalvoorraad aan het begin van die periode (X^*_{At}, gegeven in (3.10)) en de feitelijke kapitaalvoorraad op hetzelfde moment $\overline{X}_{At}$.

Dus

$$(3.11)\quad B_t = c_3\ (X^*_{At} - \overline{X}_{At}),$$

waarin c_3 een constante is, die de snelheid aangeeft waarmee het bedrijf reageert op een winstbelovend investeringsproject; $0 \leqq c_3 \leqq 1$.

De tweede aanname is dat de vervangingsinvesteringen (F_t) gedurende een bepaalde periode t evenredig zijn aan de grootte van de feitelijke kapitaalvoorraad aan het begin van de periode.

Dus

$$(3.12)\quad F_t = c_4 \cdot \overline{X}_{At},$$

waarin c_4 een constante is, in grootte omgekeerd evenredig aan de levensduur van de kapitaalgoederen; $0 \leqq c_4 \leqq 1$.

De bruto investering gedurende een zekere periode (I_t) is dan gelijk aan (3.11) plus (3.12):

$$I_t = B_t + F_t$$

$$= c_3\ [c_1\ (\pi_A - \pi_E) + c_2\ (\pi_A - \pi_L)] - (c_3 - c_4) \cdot \overline{X}_{At}.$$

---

4) Zie appendix A.

5) Zie voor de empirische en theoretische achtergrond van deze veronderstellingen: D. W. JORGENSON, „Anticipations and Investment Behavior", *The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States*, Ed. J. S. Duesenberry, G. Fromm, L. R. Klein and E. Kuh, (Amsterdam: The North Holland Publishing Company, 1965) pp. 47-53.

Herdefiniëren we de constanten op de volgende wijze:
$f_1 = c_1 . c_3 \geqq 0$
$f_2 = c_2 . c_3 \geqq 0$
$f_3 = c_3 - c_4$ ($\geqq 0$, indien de reactiesnelheid voldoende groot is ($c_3 \backsim 1$) en de levensduur van de kapitaalgoederen voldoende lang is ($c_4 \backsim 0$)).
De micro-investeringsvergelijking wordt:

$$I_t = f_1 (\pi_A - \pi_E) + f_2 (\pi_A - \pi_L) \pm f_3 \overline{X}_{At} \tag{3.13}$$

Conclusie: Bruto investering van een bedrijf dat streeft naar maximum winst is een positieve functie van de rentabiliteit van de kapitaalgoederen, een negatieve functie van de financieringskosten (intrest en dividend) en is positief of negatief gerelateerd aan de feitelijk bestaande kapitaalvoorraad, afhankelijk van de vraag of het „vervangingseffect" via c_4 (positief) of het „netto investeringseffect" via c_3 (negatief) het sterkst is. Dat het laatste effect negatief is schijnt op het eerste gezicht vreemd. Toch is het aannemelijk indien men zich realiseert dat investering een stroom is, in grootte afhankelijk van de feitelijke voorraad. Des te groter de feitelijke voorraad is in verhouding tot de optimale voorraad, des te minder toevoeging aan de feitelijke voorraad wordt vereist.

4 Beperkte winstmaximalisatie

Vaak wordt betoogd dat ondernemingen in beginsel wel naar maximale winst streven maar dat dit streven aan velerlei beperkingen onderhevig is.[6]) Deze beperkingen kunnen extern zijn opgelegd zoals het geval is met wettelijke bepalingen, sociale normen en institutionele regels. Zij kunnen echter ook zelf opgelegd zijn en zijn dan meer van morele, habituele of psychologische aard. Het karakter van de randvoorwaarden is eveneens afhankelijk van de beschouwde tijdsperiode. Op korte termijn zijn er technische grenzen zoals bottle-necks in de produktie en de beschikbaarheid van produktiemiddelen en grondstoffen. Op de lange duur zijn het vooral eisen gesteld aan de financiële struktuur zoals b.v. absolute en relatieve grenzen opgelegd aan de toepassing van vreemd vermogen. In de analyse van het investeringsgedrag, typisch een lange termijn beslissing, is het gewenst de invloed van deze financiële randvoorwaarden te onderzoeken. Hiertoe wordt in het volgende een randvoorwaarde aan het boven ontwikkelde Kapitaalmodel toegevoegd. Onderzocht zal worden hoe het investeringsgedrag van de individuele ondernemer eruit ziet indien een maximum verhouding vreem/eigen vermogen wordt gehandhaafd.

De doelstelling is dus:
Maximaliseer $W = p_A X_A - p_E X_E - p_L X_L$

$$\text{onder de voorwaarde dat: } \frac{p_L X_L}{p_E X_E} \leqslant \bar{\bar{\gamma}}, \tag{4.1}$$

waarin γ o.a. gebaseerd kan zijn op de (subjectief geschatte) onzekerheid in het netto inkomen van de onderneming en de ondernemer zijn subjectieve risicovoorkeur.

---

[6]) Een bespreking van financiële en andere randvoorwaarden die een rol kunnen spelen bij het winststreven vindt men bij H. G. WERKEMA, *Profit and Related Objectives in the Theory of the Firm,* (Ph. D. dissertation Rice University, 1962).

Is de randvoorwaarde niet bindend dan degenereert dit geval in het vorige. Is echter de rentabiliteit van het kapitaal groter dan de intrest die te betalen is op het vreemde vermogen dan is het winstgevend voor het bedrijf om vreemd vermogen tot het maximaal toelaatbare te gebruiken. De randvoorwaarde wordt dan:

$$(4.2)\quad \frac{P_L X_L}{P_E X_E} = \overline{\overline{\gamma}}$$

Met (2.1) en (4.2) hebben we twee vergelijkingen die gebruikt kunnen worden om de variabelen X_L en X_E uit te drukken in de derde variabele X_A en de gegeven constanten $\overline{\overline{\gamma}}$ en P_i (i = A, E, L). De resulterende uitdrukkingen worden gesubstitueerd in de winstvergelijking (2.7) en de evenwichtsvoorwaarden worden dan op de gebruikelijke manier verkregen. Hieruit kan de optimale voorraad kapitaalgoederen worden opgelost en in combinatie met (3.11) en (3.12) ontstaat de volgende investeringsvergelijking[7]).

$$(4.3)\quad I_t = l_1\left(\pi_A - \frac{\overline{\overline{\gamma}}}{\overline{\overline{\gamma}}+1}\cdot\pi_L - \frac{1}{\overline{\overline{\gamma}}+1}\cdot\pi_E\right) \pm l_2 \overline{X}_{At}.$$

Conclusie: Zoals tevoren in het pure winstmaximalisatiemodel zijn de optimum kapitaalvoorraad en de investeringssnelheid positief gerelateerd aan π_A en negatief aan π_E en π_L. Maar ten gevolge van de randvoorwaarde is nu een vaste verhouding ontstaan tussen de coëfficiënten van de kosten variabelen in de investeringsvergelijking. Deze proportionele relatie is uitsluitend bepaald door de geëiste verhouding vreemd/eigen vermogen, n.l.

$$(4.4)\quad \frac{\overline{\overline{\gamma}}}{\overline{\overline{\gamma}}+1} \bigg/ \frac{1}{\overline{\overline{\gamma}}+1} = \overline{\overline{\gamma}}$$

Een toenemende afkeer van vreemd vermogen (dalende γ) heeft uiteraard tot gevolg dat minder vreemd vermogen wordt aangetrokken en meer eigen vermogen.

De coëfficiënt van de kosten van vreemd vermogen ($\frac{\gamma}{\overline{\overline{\gamma}}+1}$) daalt, die van eigen vermogen ($\frac{1}{\gamma+1}$) stijgt.

Een eventuele verandering van de kosten van eigen vermogen (π_E) heeft dan dus een groter effect op het investeringsvolume dan eenzelfde verandering van de kosten van het vreemde vermogen (π_L). Is eigen vermogen duurder dan vreemd vermogen (wat meestal het geval zal zijn) dan is het resultaat van de toegenomen afkeer van vreemd vermogen, bij constante kosten van eigen en vreemd vermogen, dat het bedrag aan vreemd vermogen sterker daalt dan het bedrag aan eigen vermogen stijgt. Per saldo daalt het investeringsvolume (Te zien in (4.3): het bedrag tussen de haakjes en dus I_t neemt af als γ daalt indien $\pi_E > \pi_L$).

5 Omzetmaximalisatie

A. *Investering*

Een aantal schrijvers, waaronder W. J. Baumol[8]), hebben gesuggereerd dat ondernemingen in oligopolistische marktsituaties meer geïnteresseerd zijn in maximum

[7]) Zie appendix B.
[8]) Op. cit., Ch. 6.

totale ontvangsten dan in maximum winst. De konsekwenties van dit gedrag zijn tot op zekere hoogte geanalyseerd voor de theorie van de produktie maar in het geheel niet voor de investeringstheorie. In de omzetmaximalisatie hypothese is een essentieel element het bestaan van een minimum winstniveau. Zonder die randvoorwaarde is het optimum n.l. niet bepaald. Een voorwaarde voor het maximum is dat de marginale ontvangsten nul zijn. Bij volledige mededinging zijn de marginale ontvangsten nooit nul omdat de prijselasticiteit per definitie oneindig is. Maar zelfs bij de marktvormen van beperkte mededinging maakt de mogelijkheid van omzetbevorderende methoden (reclame e.d.) met altijd positieve marginale ontvangsten de optimale produktiesnelheid oneindig groot, tenzij de groei van de onderneming op een andere wijze wordt geremd. Een minimum winst randvoorwaarde kan hiervoor zorgen. Door het positieve teken van de marginale opbrengsten van reclame is deze randvoorwaarde altijd bindend.

Het tot dusver gebruikte model bevat drie variabelen. Dit model kan niet zonder meer voor de omzetmaximalisatie hypothese worden gebruikt. De omzet R is een funktie van slechts één van de drie variabelen: $R = R\ (X_A)$ wordt voorgesteld door een kromme in een twee dimensionaal vlak. Winst, de randvoorwaarde, is een funktie van alle drie variabelen: $W = W\ (X_A, X_E, X_L)$ is een configuratie in een meerdimensionale ruimte. Dit geeft existentieproblemen die vermeden kunnen worden door het algemene model te vereenvoudigen. Een optimum kan dan worden gegarandeerd terwijl niet veel op deze manier verloren gaat.

Stel de onderneming streeft naar maximale totale ontvangsten (omzet) gegeven een bepaald minimum winstniveau. Neem aan dat slecht één financieringsbron beschikbaar is. B.v. eigen vermogen. Dan geldt verg. (4.11) ook hier.
De totale ontvangsten zijn:

$$(5.1) \quad R = P_d\,(Q)\ .\ Q = P_d\,(Q)\ .\ a\ .\ X_a$$

De randvoorwaarde is:

$$(5.2) \quad W = P_d\,(Q)\ .\ a\ .\ X_A - a\ .\ b\ .\ X_A - p_E\, X_E = \overline{W},$$

waarin $\overline{W}$ het minimum winstniveau voorstelt. Zoals eerder aangenomen is ook hier $P_A = P_E = \pi =$ constant. Dit geeft in combinatie met (4.11) en (2.1) de volgende vorm voor de randvoorwaarde:

$$(5.3) \quad W = P_d\,(Q)\ .\ a\ .\ X_A - a\ .\ b\ .\ X_A - P_E\, X_A = \overline{W}.$$

In verg. (5.3) is P_d, de produktprijs, een funktie van de produktie Q en dus van de kapitaalvoorraad X_A via de relatie $Q = a.\ X_A$. Veronderstelt men deze funktie lineair: $P_d = \alpha - \beta Q$ (α en β zijn positieve constanten) dan wordt de randvoorwaarde:

$$(5.4) \quad W = \alpha\ .\ a\ .\ X_A - \beta\ .\ a^2 X_A{}^2 - a\ .\ b\ .\ X_A - p_E\, X_A = \overline{W}.$$

Deze kwadratische vergelijking heeft twee wortels voor X_A. De grootste van de twee geeft tevens de maximaal bereikbare omzet aan. De optimale kapitaalvoorraad van de omzetmaximaliserende onderneming wordt dus ook door deze laatste gegeven.[9])

---

[9]) Zie appendix C.

(5.5) $X_A^* = 1/(2\beta \cdot a^2)\,[(\alpha \cdot a - a \cdot b - p_E) +$

$\{(\alpha \cdot a - a \cdot b - p_E)^2 - 4\beta \cdot a^2 \overline{W}\}^{\frac{1}{2}}]$

Definieert men $c_3/(2\beta a^2) \equiv m_1$

$\alpha a - a.b \equiv m_2$

$4\beta a^2 \equiv m_3$

en $c_3 - c_4 \equiv m_4$

dan volgt op de gebruikelijke manier de volgende investeringsvergelijking.

(5.6) $I_t = B_t + F_t =$

$= m_1 (m_2 - \pi_E \cdot \pi) + m_1 [(m_2 - \pi_E \cdot \pi)^2 - m_3 \overline{W}]^{\frac{1}{2}} +$

$\pm\ m_4 \cdot \overline{X}_{At}$

Nu is de rentabiliteit van het kapitaal p_A te schrijven als

$$p_A = P_d(Q) \cdot a - a \cdot b = (\alpha - \beta \cdot a \cdot X_A) \cdot a - a \cdot b$$

$$= \alpha \cdot a - \beta a^2 X_A - a \cdot b$$

$$= m_2 - \frac{1}{2m_1} \cdot X_A$$

(5.7) Dus $p_A = m_2 - \frac{1}{4} m_3 \cdot X_A$

Een toename van de rentabiliteit kan door twee oorzaken ontstaan. In de eerste plaats door een autonome stijging van deze funktie (opwaartse parallelle verschuiving door toename van m_2) en in de tweede plaats door een kleinere (absolute waarde van de) helling van deze funktie door een afname van m_3.

Conclusie: Uit (5.7) en (5.6) kan het volgende investeringsgedrag van de omzetmaximaliserende onderneming worden voorspeld.

1e Een toename van de rentabiliteit van het kapitaal (door een stijging van m_2 of een daling van m_3) heeft een grotere investering tot gevolg.

2e Een toename van de kosten van vermogen resulteert in minder investering.

3e Investeringen zijn negatief gerelateerd aan de vereiste winst. Deze reactie wordt veroorzaakt door de afnemende winstfunktie. Ieder hoger bedrag aan winst dat wordt geëist brengt de omzetmaximaliserende onderneming dichter bij het winstmaximum en vraagt een lagere produktie met een kleiner volume kapitaal.

B. *Verkoopbevordering*

Tot nu toe is geabstraheerd van het bestaan van verkoopbevorderende technieken zoals reclame e.d. In de werkelijkheid zal de omzetmaximaliserende ondernemer uitbreiding van de produktiecapaciteit en de produktie vaak samen laten gaan met reclame. Immers doet hij dat niet dan zal de grotere produktie bij nietvolledige mededinging alleen afgezet kunnen worden door de prijzen te verlagen. Is de vraagcurve inelastisch in het betreffende gedeelte dan zal de opbrengst dalen in plaats van stijgen. Door reclame verschuift de vraagfunktie opwaarts zodat de prijzen niet behoeven te worden verlaagd. De marginale ontvangsten ten gevolge van reclame zijn positief waardoor de totale ontvangsten monotoon stijgen met de reclameuitgaven, zij het dat de toename van de omzet niet altijd groter zal zijn dan de toename der reclamekosten. De vraag rijst in welke mate de omzet-maximaliserende onderneming van verkoopbevorderende uitgaven gebruikt maakt naast (of misschien in de plaats van) uitgaven ter vergroting van de produktiecapaciteit. (Het is overigens niet duidelijk waar de grens moet worden getrokken tussen deze twee soorten uitgaven. Een grote advertentiecampagne b.v. kan men zeer goed beschouwen als een investering; weliswaar in een immaterieel goed en met een levensduur die vermoedelijk lager ligt dan die van de „duurzame" kapitaalgoederen, maar daarom nog niet principieel ervan verschillend).

Stel de grootte van de verkoopstimulerende uitgaven op S; dan moeten de vergelijkingen voor omzet en winst als volgt worden gewijzigd:

(5.8) $R = Q \,.\, P_d\,(Q,S) = P_d\,(Q,S) \,.\, a \,.\, X_A$

(5.9) $\overline{W} = P_d\,(Q,S) \,.\, a \,.\, X_A - a \,.\, b \,.\, X_A - p_E X_A - S$

De maximand wordt:

$$\text{Max } L = P_d\,(Q,S) \,.\, a \,.\, X_A + \lambda\,[P_d\,(Q,S) \,.\, a \,.\, X_A - a \,.\, b \,.\, X_A + - p_E X_A - S - \overline{W}].$$

Het optimum wordt bepaald door:

$$\frac{\partial L}{\partial X_A} = \frac{\partial P_d}{\partial Q} \,.\, a^2 \,.\, X_A + P_d \,.\, a + + \lambda \,.\, [\frac{\partial P_d}{\partial Q} \,.\, a^2 \,.\, X_A + P_d \,.\, a - a \,.\, b - p_E] = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S} = \frac{\partial P_d}{\partial S} \,.\, a \,.\, X_A + \lambda\,[\frac{\partial P_d}{\partial S} \,.\, a \,.\, X_A - 1] = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = P_d \,.\, a \,.\, X_A - a \,.\, b \,.\, X_A - p_E X_A - S - \overline{W} = 0$$

Hieruit volgt dat:

(5.10) $$\frac{\partial P_d}{\partial Q} \,.\, a^2 \,.\, X_A + P_d \,.\, a = \frac{\lambda}{\lambda + 1}\,[a \,.\, b + p_E].$$

In (5.10) vertegenwoordigt de uitdrukking ter linkerzijde van het gelijkteken $\frac{\partial R}{\partial X_A}$, de eerste afgeleide van de totale ontvangsten met betrekking tot de voorraad kapitaal X_A, terwijl de uitdrukking aan de rechterkant bestaat uit de som van de marginale produktiekosten en de marginale financieringskosten, beide met betrekking tot X_A.

(5.11) Dus $$\frac{\partial R}{\partial X_A} = \frac{\lambda}{\lambda + 1}\,[\frac{\partial K_Q}{\partial X_A} + \frac{\partial K_F}{\partial X_A}].$$

Een soortgelijke conclusie volgt voor de verkooppromotie:

$$(5.12) \quad \frac{\partial R}{\partial S} = \frac{\lambda}{\lambda + 1} \cdot \frac{\partial S}{\partial S}$$

$$(5.13) \quad \text{Omdat } \lambda > 0 \rightarrow \frac{\lambda}{\lambda + 1} < 1$$

Uit (5.13) en (5.11) volgt dat:

$$\frac{\partial R}{\partial X_A} - \frac{\partial K_Q}{\partial X_A} < \frac{\partial K_F}{\partial X_A}$$

Het linkerlid van deze laatste ongelijkheid is per definitie de marginale netto opbrengst van het kapitaal. Hiermee is bewezen dat de omzetmaximaliserende onderneming haar investeringen voortzet voorbij het punt waar de marginale netto opbrengst van het kapitaal gelijk is aan de marginale kosten van het vermogen, zodat in de optimum positie de marginale „rate of return to capital" kleiner is dan de marginale „cost of capital".

Op dezelfde wijze volgt uit (5.13) en (5.12) dat de onderneming verkoop bevorderende methoden gebruikt in het gebied waar de marginale opbrengst ervan lager is dan de marginale uitgaven daaraan, een bekende conclusie.[10])

6 Nutsmaximalisatie

In zijn dissertatie introduceerde O. E. Williamson[11]) specifieke manager's doeleinden zoals salaris, zekerheid, macht, status, prestige en professionele bekwaamheid in de formele theorie van het ondernemingsgedrag. Hij gebruikte hiervoor het begrip: „expense preference": managers staan niet indifferent tegenover de aard van de kosten die gemaakt worden maar tonen een duidelijke voorkeur voor bepaalde uitgaven soorten. Op deze manier slaagde Williamson erin de bovengenoemde, hoofdzakelijk niet-monetaire, doeleinden in modellen te verwerken via de middelen, zoals salaris, uitgaven voor personele organisatie etc., waarmee deze doelen kunnen worden verwezenlijkt.

W's meest volledige model is het zg.: „Staff and Emoluments Model" waarin de manager zijn eigen nut maximaliseert. Het nut wordt verondersteld een functie te zijn van de uitgaven voor personele organisatie, van de uitgaven voor de manager zijn salaris en zijn andere vergoedingen en van het bedrag aan, door de manager vrij te besteden, winst.
In symbolen:

$U =$ $U (W_D, M, S)$, waarin

$W_D =$ $R - K_Q - K_F - M - S - \bar{W}$ is besteedbare winst

$M =$ emolumenten, dat gedeelte van het salaris en de andere vergoedingen welke het karakter hebben van economische „rent", dus met een produktiviteit van nul.

$S =$ uitgaven voor personele organisatie (afgekort „staff"), voorgesteld door de algemene administratieve en verkoopkosten

$\bar{W} =$ minimum winst niveau door aandeelhouders vereist.

---

10) BAUMOL, op. cit., pp. 59-61.
11) Op. cit., Ch. 3.

Aangezien R - K_Q - K_F gedefinieerd is als W, in grootte gelijk aan:
$p_A X_A - p_L X_L - p_E X_E = P_d . a. X_A - a.b.X_A - p_E X_E - p_L X_L$,
kan de besteedbare winst ook geschreven worden als

$$(6.1) \quad W_D = p_A X_A - p_L X_L - p_E X_E - M - S - \overline{W},$$

of als

$$(6.2) \quad W_D = P_d \cdot a \cdot X_A - a \cdot b \cdot X_A - p_E \cdot X_E - p_L X_L - M + - S - \overline{W}$$

Het doel van de onderneming kan dan worden geschreven als:

$$(6.3) \quad \text{Max } L = U (W_D, M, S) + \lambda [P_A X_A - P_L X_L - P_E X_E]$$

De voorwaarden voor het optimum zijn:

$$(6.4) \quad \frac{\partial L}{\partial X_A} = \frac{\partial U}{\partial W_D} \cdot (p_A + p'_A X_A) + \lambda P_A = 0,$$

$$(6.5) \quad \frac{\partial L}{\partial X_L} = \frac{\partial U}{\partial W_D} \cdot (- p_L - p'_L X_L) - \lambda P_L = 0,$$

$$(6.6) \quad \frac{\partial L}{\partial X_E} = \frac{\partial U}{\partial W_D} \cdot (- p_E - p'_E X_E) - \lambda P_E = 0,$$

$$(6.7) \quad \frac{\partial L}{\partial S} = \frac{\partial U}{\partial W_D} \cdot (\frac{\partial R}{\partial S} - 1) + \frac{\partial U}{\partial S} = 0,$$

$$(6.8) \quad \frac{\partial L}{\partial M} = \frac{\partial U}{\partial M} - \frac{\partial U}{\partial W_D} = 0,$$

$$(6.9) \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = P_A X_A - P_L X_L - P_E X_E = 0,$$

waarin $\frac{\partial U}{\partial W_D}$, $\frac{\partial U}{\partial M}$ en $\frac{\partial U}{\partial S}$ per definitie > 0.

De vergelijkingen (6.4) t.m. (6.6) en (6.9) determineren X_A, X_L en X_E. Uit de eerste drie volgt weer dat:

$$(6.10) \quad \frac{p_A + p'_A X_A}{P_A} = \frac{p_L + p'_L X_L}{P_L} = \frac{p_E + p'_E X_E}{P_E}$$

Uit vergelijking (6.7) vindt men Williamson's conclusie terug dat de nutsmaximaliserende ondernemer meer „staff" uitgaven zal doen dan de winstmaximaliserende:[12])

$$(6.11) \quad \frac{\partial R}{\partial S} = 1 - \frac{\partial U}{\partial S} \Big/ \frac{\partial U}{\partial W_D} < 1$$

Vergelijking (6.10) is dezelfde die reeds eerder voor de winstmaximaliserende onderneming gevonden werd. (3.9)

[12]) Op. cit., p. 53.

Conclusies

A. *De omvang van de investeringen*

In het boven gebruikte model realiseert de manager zijn behoefte aan macht, prestige, etc., in extra lopende uitgaven voor personele organisatie en emolumenten. De investeringspolitiek is niet principieel verschillend van die van de winstmaximaliserende onderneming, getuige het feit dat de optimale positie gekarakteriseerd wordt door gelijkheid tussen de marginale rentabiliteit der kapitaalgoederen en de marginale vermogenskosten (6.10).

Neemt men echter mèt Williamson aan dat een groot gedeelte van de uitgaven voor personele organisatie verkoopbevorderend werkt (verkoopstaf), dan zullen de totale investeringen in alle waarschijnlijkheid groter zijn dan die van een winstmaximaliserende onderneming in dezelfde omstandigheden, omdat tengevolge van de extra uitgaven de marginale opbrengstcurve naar boven verschoven is, waardoor de produktie, de kapitaalvoorraad en de investeringen groter zijn geworden. (zie ook hfdst. 7)

De mogelijkheid bestaat ook dat de doeleinden van de manager uitgedrukt kunnen worden in de investeringen zelf in plaats van in de lopende uitgaven. Voorbeelden kunnen zijn een onnodig luxe kantoorgebouw, dure directie auto's etc. Vaak worden deze investeringen gedaan voor hun status in plaats van hun bijdrage aan de ondernemingswinst.

In die gevallen zullen de investeringen worden voortgezet voorbij het punt waar de marginale rentabiliteit gelijk is aan de marginale financieringskosten zodat in de evenwichtstoestand de marginale kosten de marginale rentabiliteit zullen overtreffen. Overigens is niet ieder luxe kantoorgebouw en niet iedere limousine het gevolg van een manager's gril en submarginaal vanuit een winstoogpunt. Zolang de afnemers van de onderneming de luxe omgeving associëren met „standing", kwaliteit, service, etc., en dientengevolge bereid zijn een hogere prijs te betalen kunnen deze investeringen zeker bijdragen tot verhoging van de winst.

B. *De evenwichtstoestand*

Door J. L. Bouma en H. Willems zijn eveneens de uitgangspunten van Williamson toegepast op een investeringsmodel.[13]) Hun conclusie is dat in de nutsmaximaliserende onderneming de marginale rentabiliteit van het kapitaal in de evenwichtstoestand groter is dan de marginale vermogenskosten. Daar hun conclusie strijdig is met de boven bereikte (par. 6) is een nadere analyse van hun model gewenst.

Door B. & W. worden drie typen ondernemingen onderscheiden. In de eerste plaats de traditionele, winstmaximaliserende onderneming. In de tweede plaats de door de aandeelhouders geleide onderneming, waarin de leiding uitsluitend het belang van de aandeelhouders, *in casu* een maximale beurswaarde van de aandelen, nastreeft. Aangenomen wordt dat de beurswaarde een funktie is van de winst, het dividend en de verhouding vreemd/eigen vermogen. In de derde plaats de door de manager geleide onderneming, waarin de manager zijn eigen nut tracht te maximaliseren. Dit nut wordt verondersteld een funktie te zijn van de beurswaarde der aandelen, de verhouding vreemd/eigen vermogen en de voorkeursuitgaven (staf en emolumenten).

---

[13]) J. L. BOUMA en H. WILLEMS, „Enige opmerkingen over het verband tussen de doeleinden van de bedrijfshuishouding en de investeringsbeslissing," *Bedrijfseconomische Verkenningen*, (Den Haag: Delwel 1965), pp. 170-190.

In de evenwichtssituatie geldt voor de „*door de manager geleide onderneming*" (in de door B. & W. gebruikte notatie):

$$(6.12) \quad \text{m.r.r.} = i - \frac{\frac{\partial M}{\partial F} \cdot \frac{1}{W_1 - S_1 - U_1}}{\frac{\partial M}{\partial S_2}};$$

voor de „*door aandeelhouders geleide onderneming*":

$$(6.13) \quad \text{m.r.r.} = i - \frac{\frac{\partial B}{\partial F_1} \cdot \frac{1}{W_1 - U_1}}{\frac{\partial B}{\partial W_2}};$$

en voor de „*traditionele onderneming*":

$$(6.14) \quad \text{m.r.r.} = i,$$

Waarin de subscripten betrekking hebben op de periodes, en aan de symbolen de volgende betekenis wordt toegekend:

m.r.r. = marginal rate of return
i = intrestvoet van het vreemde vermogen
M = managers nutsfunktie, $M = M(B, S_1, S_2, F_1)$
B = beurswaarde v. aandelen, $B = B(W_1 - S_1, U_1, W_2 - S_2, F_1)$
F = verhouding vreemd/eigen vermogen, $F = V_1/(W_1 - S_1 - U_1)$
W = gemaakte winst
U = betaalde dividend
S = voorkeursuitgaven v. staf en emolumenten

Aangenomen is verder dat $\frac{\partial M}{\partial F_1}$ en $\frac{\partial B}{\partial F_1} < 0$: managers en aandeelhouders verkiezen een lagere verhouding vreemd/eigen vermogen boven een hogere, afgezien van de interestkosten en de terugbetalingsverplichting.

Uit verg. (6.12) en (6.13) concluderen Bouma en Willems dat in de door de manager geleide en de door de aandeelhouders geleide bedrijven de „rate of return" de interestkosten overtreft.

Dit is echter *niet* het gevolg van het bestaan van voorkeursuitgaven zoals staf en emolumenten welke zelfstandig het nut van de manager vergroten (deze zijn = 0 in vergel. (6.13)), maar van de afkeer van vreemd vermogen zoals deze tot uitdrukking komt in $\frac{\partial M}{\partial F}$ en $\frac{\partial B}{\partial F} < 0$. Indien in B. & W.'s model aandeelhouders en management indifferent zouden zijn tussen financiering met vreemd en met eigen vermogen (afgezien van de kosten) dan zou in beide gevallen de m.r.r. gelijk zijn aan de i, zelfs mèt het bestaan van voorkeursuitgaven, zoals wij trouwens ook vonden in verg. (6.10).

Dat managers en aandeelhouders een afkeer hebben van het financieren met vreemd vermogen *per se* is een vaak geconstateerd verschijnsel dat ook wel ge-

integreerd is in (winst-maximaliserende) investeringsmodellen.[14]) Het gevolg is (zoals ook B. & W. vonden) dat een kleiner bedrag wordt geïnvesteerd dan anders het geval zou zijn, zodat de rate of return groter is dan de interestvoet. Hetzelfde resultaat wordt verkregen wanneer de afkeer van vreemd vermogen toegevoegd wordt aan ons model van de nutsmaximaliserende onderneming.
Dit geeft (in onze notatie):

$$\text{Max } L = U\,(W_D, M, S, \gamma) + \lambda\,[P_A X_A - P_L X_L - P_E X_E],$$

waarin $\gamma = P_L X_L / P_E X_E$ = de verhouding vreemd/eigen vermogen, terwijl

$$\frac{\partial U}{\partial W_D}, \frac{\partial U}{\partial M}, \frac{\partial U}{\partial S} > 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial \gamma} < 0$$

Het optimum wordt gekarakteriseerd door de volgende drie vergelijkingen.

$$(6.15)\quad \frac{\partial L}{\partial X_A} = \frac{\partial U}{\partial W_D} \cdot (p_A + p_A' X_A) + \lambda P_A = 0$$

$$(6.16)\quad \frac{\partial L}{\partial X_L} = \frac{\partial U}{\partial W_D} \cdot (-p_L - p_L' X_L) + \frac{\partial U}{\partial \gamma} \cdot \frac{P_L}{P_E X_E} - P_L = 0$$

$$(6.17)\quad \frac{\partial L}{\partial X_E} = \frac{\partial U}{\partial W_D} \cdot (-p_E - p_E' X_E) + \frac{\partial U}{\partial \gamma} \cdot \frac{P_L X_L}{(P_E X_E)^2} - \lambda P_E = 0$$

Hieruit volgt:

$$(6.18)\quad \frac{p_A + p_A' X_A}{P_A} = \frac{p_L + p_L' X_L}{P_L} - \frac{\frac{\partial U}{\partial F}}{\frac{\partial U}{\partial W_D}} \cdot \frac{1}{P_E X_E} =$$

$$= \frac{p_E + p_E' X_E}{P_E} + \frac{\frac{\partial U}{\partial F}}{\frac{\partial U}{\partial W_D}} \cdot \frac{P_L X_L}{(P_E X_E)^2}$$

Daar $\frac{\partial U}{\partial \gamma} < 0$, volgt uit het eerste deel van vergelijking (6.18) dat:

$$\frac{p_A + p_A' X_A}{P_A} > \frac{p_L + p_L' X_L}{P_L}.$$

Dus de (marginale) rate of return, gedeeld door P_A, is groter dan de (marginale) kosten van het vreemde vermogen, gedeeld door P_L. Tegelijkertijd volgt uit het tweede gedeelte van (6.18) dat:

[14]) M. J. GORDON, „Security and Investment: Theory and Evidence", *The Journal of Finance*, (December 1964) pp. 607-618.

$$\frac{p_A + p_A{}' x_A}{P_A} < \frac{p_E + p_E{}' x_E}{P_E},$$

in woorden: de (marginale) rate of return, gedeeld door P_A, is kleiner dan de (marginale) kosten van het eigen vermogen, gedeeld door P_E.

Het blijkt dat het gevolg van de afkeer van vreemd vermogen is dat meer eigen vermogen en minder vreemd vermogen wordt aangetrokken dan het geval zou zijn als de manager onverschillig tegenover de twee types staat.

Enige potentiële winst wordt opgeofferd aan het verkrijgen van een lagere verhouding vreemd/eigen vermogen.

7 Voorlopige conclusies en mogelijke uitbreidingen

In het voorgaande is een algemeen micro investeringsmodel, genoemd het „Kapitaal-model" geconstrueerd. In dat model zijn daarna zowel het winstmaximalisatiedoel als drie niet-winstmaximalisatie uitgangspunten gesubstitueerd. De evenwichtsvoorwaarden en de daaruit resulterende micro-investeringsvergelijkingen zijn voor elk der gevallen afgeleid.

Om uitspraken te kunnen doen over de empirische relevantie der verschillende modellen moeten deze worden getest. De investeringsvergelijkingen zijn alle micro, dus moeten nog worden geaggregeerd. Daar alle op één na lineair zijn kan het aggregeren met bestaande technieken worden volbracht. De aggregatieprocedure zelf introduceert een stochastische variabele zodat testen direkt mogelijk is. (Overigens zijn alle statistische probemen hiermee nog niet opgelost en blijven voetangels en klemmen bestaan. Zo rijst er b.v. m.b.t. (4.3) een identificatieprobleem dat door het aannemen van bepaalde waarden voor $\bar{\bar{\gamma}}$ moet worden opgelost.) Zonder op het testen vooruit te willen lopen zijn uit de vorm van de micro vergelijkingen al enkele conclusies aannemelijk te maken.

A. Het basis model is niet beperkt tot de getoetste vier doelstellingen. Zo wordt b.v. in de theorie van de oligopolistische concurrentie aandacht geschonken aan de voorwaarde van het behouden van het marktaandeel. Dit kan worden „vertaald" als een minimum omzet randvoorwaarde en aldus aan het model worden toegevoegd waarna het corresponderende investeringsgedrag kan worden afgeleid.

B. Myron Gordon vond bij zijn onderzoekingen[15]) dat zowel de mate van winstinhouding (en daarmee in zijn model de grootte van de investeringen), als de verhouding vreemd/eigen vermogen, negatief gerelateerd zijn aan de winstgevendheid van de onderneming. Gordon suggereert o.a. ter verklaring andere doeleinden dan de bekende winstmaximalisatie maar kan dit niet verder uitwerken. Inderdaad kunnen beide negatieve relaties aldus worden verklaard. Men zie voor het eerste het omzetmaximalisatie model (negatief verband winst en investeringen), p. 336 en voor de tweede de invloed van de afkeer van vreemd vermogen, p. 334 en p. 342.

C. Voor de *winstmaximaliserende* onderneming geldt zoals bekend dat de marginale rentabiliteit van het kapitaal gelijk is aan de marginale vermogenskosten

---

[15]) M. J. GORDON, *The Investment, Financing and Valution of the Corporation*, (Homewood: Irwin, 1962) p. 233

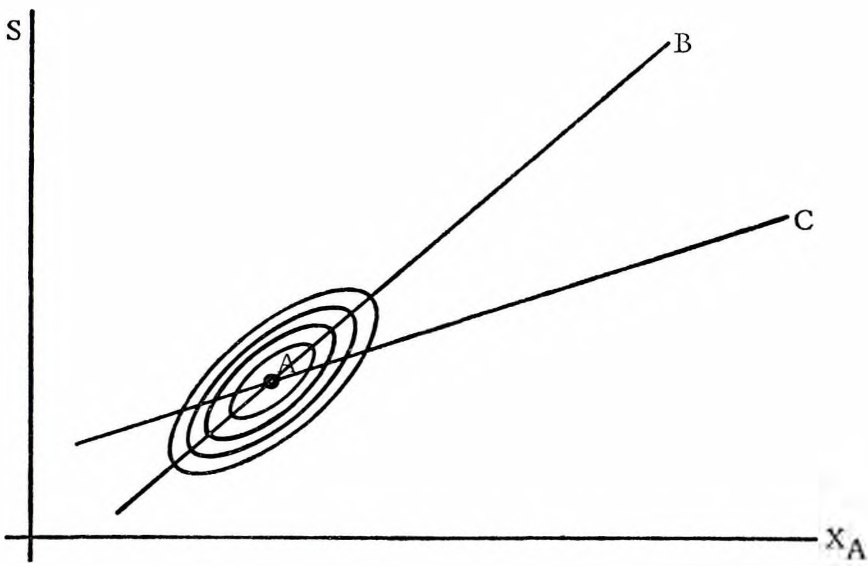
en dat zoveel aan reclame zal worden uitgegeven dat de marginale ontvangsten daaruit gelijk zijn aan de marginale uitgaven daaraan. ($\frac{\partial R1}{\partial S} = 1$)

Voor de *omzetmaximaliserende* onderneming geldt (zie p. 337) dat $\frac{\partial R}{\partial S} < 1$ en tevens dat de marginale rentabiliteit kleiner is dan de marginale vermogenskosten.

Voor de nutsmaximaliserende manager geldt (zie p. 339 en 340) dat $\frac{\partial R}{\partial S} < 1$ en dat de marginale rentabiliteit gelijk is aan de marginale vermogenskosten.

De conclusie die hieruit te trekken valt is dat onder overigens gelijke omstandigheden de omzetmaximaliserende onderneming meer zal investeren dan de nutsmaximaliserende, die op haar beurt weer meer zal investeren dan de winstmaximaliserende onderneming.

Dit kan worden verduidelijkt aan de hand van de volgende figuur, door Williamson in enigszins andere vorm gebruikt in zijn produktie model.



De lijn AB geeft alle combinaties van (S, X_A) waarvoor geldt dat de marginale rentabiliteit gelijk is aan de marginale vermogenskosten. De lijn AC geeft alle combinaties (S, X_A) waarvoor geldt dat $\frac{\partial R}{\partial S} = 1$.

De concentrische curven zijn iso-winst curven waarvan de diagonaal (ZW - NO) loopt zoals getekend, onder de veronderstelling dat $\frac{\partial^2 R}{\partial X_A \partial S} > 0$.

De winst maximaliserende onderneming moet *op* beide lijnen zitten en bevindt zich dus in A. De nutsmaximaliserende onderneming zit *op* AB maar *boven* de lijn AC. De omzet maximaliserende onderneming zit *rechts* van AB en *boven* AC dus ergens in ABC. Onder gelijke omstandigheden geldt dus dat

$$\underset{\text{omzet max.}}{X_A^*} \geqq \underset{\text{nutsmax.}}{X_A^*} \geqq \underset{\text{winstmax.}}{X_A^*}$$

D. Men zou het investeringsprobleem kunnen opdelen in drie sub-problemen, nl.: de bepaling van de optimale grootte van het totale te investeren bedrag; de optimale samenstelling van het investeringsbudget (investeringsselektie) en de optimale financiering. Dit artikel heeft zich voornamelijk beziggehouden met het eerste en globaal met het laatste. Het tweede subprobleem zou in de basisconceptie kunnen worden verwerkt door de X_A te desaggregeren. In plaats van één variabele X_A moet men dan meerdere soorten kapitaalgoederen onderscheiden, X_{A1}, X_{A2}, ... X_{An}, waarbij ieder een eigen prijs P_{Ai} en een eigen rentabiliteit p_{Ai} heeft. Desaggregatie kan eveneens gebeuren aan de creditzijde door meer financieringsvormen toe te laten dan de genoemde X_E en X_L. Oplossing van het aldus gewijzigde model geeft dan een simultane bepaling van de optimale grootte, de optimale samenstelling en de optimale financiering van het investeringsbudget bij meerdere alternatieve doelstellingen.

E. Tenslotte kan gewezen worden op de wenselijkheid het model te dynamiseren. Een eerste stap op deze weg zou kunnen zijn het interpreteren van de X_{Ai}, ($i = 1, \ldots n$) als kapitaalgoederen van verschillende bouwjaren waardoor een „vintage-model" ontstaat.

F. Een veronderstelling die de conclusies het element van verrassing enigszins ontneemt is de lineaire produktiefunktie. Deze aanname is ter wille van de eenvoud gemaakt, maar empirische onderzoekingen hebben aangetoond dat speciaal in de long-run deze veronderstelling niet zo irreëel is als hij schijnt. Ten koste van de hanteerbaarheid kunnen, indien gewenst, echter ook niet-lineaire produktiefunkties worden ingebouwd.

A

Dit gaat op de volgende manier. Los (3.3) op naar X_E en (3.4) naar X_L. Substitueer de resulterende uitdrukkingen voor X_E en X_L, die beide λ bevatten in (3.5). Los op naar λ en substitueer in (3.2). Dus:

$$(3.3) \rightarrow \quad X_E = \frac{\lambda P_E - p_E}{p'_E} \qquad (3.3)'$$

$$(3.4) \rightarrow \quad X_L = \frac{\lambda P_L - p_L}{p'_L} \qquad (3.4)'$$

(3.3)′ + (3.4)′ in (3.5) →

$$P_A X_A = P_E \cdot \left[\frac{\lambda P_E - p_E}{p'_E}\right] + P_L \left[\frac{\lambda P_L - p_L}{p'_L}\right]$$

$$P_A X_A + \frac{p_E \cdot P_E}{p'_E} + \frac{p_L \cdot P_L}{p'_L} = \lambda \left[\frac{P_E^2}{p'_E} + \frac{P_L^2}{p'_L}\right]$$

$$\lambda = \frac{P_A X_A + p_E \cdot P_E / p'_E + p_L \cdot P_L / p'_L}{P_E^2 / p'_E + P_L^2 / p'_L}$$

Dit resultaat in (3.2) →

$$p'_A \cdot X_A = P_A \cdot \frac{P_A X_A + p_E \cdot P_E / p'_E + p_L \cdot P_L / p'_L}{P_E^2 / p'_E + P_L^2 / p'_L} - p_A$$

$$p'_A \cdot X_A - P_A^2 \cdot X_A \;/\; \left(\frac{P_E^2}{p'_E} + \frac{P_L^2}{p'_L}\right) =$$

$$= P_A \cdot \frac{p_E \cdot P_E / p'_E + p_L \cdot P_L / p'_L}{P_E^2 / p'_E + P_L^2 / p'_L} - p_A$$

$$X_A \left[p'_A - P_A^2 \cdot \frac{p'_E \cdot p'_L}{p'_L \cdot P_E^2 + p'_E \cdot P_L^2}\right] =$$

$$= P_A \cdot \frac{p'_L \cdot p_E \cdot P_E + p'_E \cdot p_L \cdot P_L}{p'_L \cdot P_E^2 + p'_E \cdot P_L^2} - p_A$$

$$X_A \left[\frac{p'_A \cdot p'_L \cdot P_E^2 + p'_A \cdot p'_E \cdot P_L^2 - P_A^2 \cdot p'_E \cdot p'_L}{p'_L \cdot P_E^2 + p'_E \cdot P_L^2}\right] =$$

$$= \frac{p_A \cdot p'_L \cdot p_E \cdot P_E + p'_E \cdot p_L \cdot P_L \cdot P_A - p_A \cdot p'_L \cdot P_E^2}{p'_L \cdot P_E^2 + p'_E \cdot P_L^2} +$$

$$- (p_A \cdot p'_E \cdot P_L^2) \;/\; (p'_L \cdot P_E^2 + p'_E \cdot P_L^2)$$

$$X_A = \frac{P_A \cdot P_E \cdot p'_L \cdot p_E + P_A \cdot P_L \cdot p'_E \cdot p_L - P_E^2 \cdot p_A \cdot p'_L - P_L^2 \cdot p_A \cdot p'_E}{P_E^2 \cdot p'_L \cdot p'_A + P_L^2 \cdot p'_E \cdot p'_A - P_A^2 \cdot p'_E \cdot p'_L}$$

De nominale percentages p_i zijn gerelateerd aan de effectieve percentages π_i via de prijzen P_i. Eén van de drie variabelen p_i, π_i of P_i kan voor de onderneming constant worden verondersteld. Veranderingen in X_i zullen hun weerslag vinden in de andere twee. In het vervolg worden de P_i constant genomen. Bovendien worden de eenheden waarin P_A, P_E en P_L worden gemeten zodanig gedefinieerd dat $P_A = P_E = P_L = \pi$. Verder kan voor iedere p_i geschreven worden $\pi_i \,.\, P_i = \pi_i \,.\, \pi$. Dit geeft:

$$X_A = \frac{\pi'_L \cdot \pi_E \cdot \pi^4 + \pi'_E \cdot \pi_L \cdot \pi^4 - \pi_A \cdot \pi'_L \cdot \pi^4 - \pi_A \cdot \pi'_E \cdot \pi^4}{\pi'_E \cdot \pi'_L \cdot \pi^4 + \pi'_A \cdot \pi'_E \cdot \pi^4 - \pi'_E \cdot \pi'_L \cdot \pi^4}$$

$$X_A = \frac{\pi'_L \cdot \pi_E + \pi'_E \cdot \pi_L - \pi_A(\pi'_L + \pi'_E)}{\pi'_A(\pi'_L + \pi'_E) - \pi'_E \cdot \pi'_L}$$

Definieer:

$$c_1 \equiv \frac{-\pi'_L}{\pi'_A(\pi'_L + \pi'_E) - \pi'_E \cdot \pi'_L}$$

$$c_2 \equiv \frac{-\pi'_E}{\pi'_A(\pi'_L + \pi'_E) - \pi'_E \cdot \pi'_L}$$

Dan zijn c_1 en $c_2 \geqslant 0$ omdat $\pi'_L, \pi'_E \geqslant 0$ en $\pi'_A < 0$.

Aldus vereenvoudigt de bovenstaande uitdrukking voor X_A tot:

(3.10) $X_A^* = c_1\,(\pi_A - \pi_E) + c_2\,(\pi_A - \pi_L)$

B

$$(2.1) \rightarrow P_A X_A - P_L X_L = P_E X_E$$

$$(4.2) \rightarrow P_L X_L = \bar{\bar{\gamma}} \cdot P_E X_E$$

$$\frac{P_A X_A}{P_E X_E} = \frac{P_A X_A}{P_A X_A - P_L X_L} = \bar{\bar{\gamma}} + 1$$

$$P_E X_E = \frac{P_A X_A}{\bar{\bar{\gamma}} + 1} \quad \text{of} \quad X_E = \frac{P_A X_A}{P_E} \cdot \frac{1}{\bar{\bar{\gamma}} + 1}$$

$$P_L X_L = P_A X_A \cdot \frac{\bar{\bar{\gamma}}}{\bar{\bar{\gamma}} + 1} \quad \text{of} \quad X_L = \frac{P_A X_A}{P_E} \cdot \frac{\bar{\bar{\gamma}}}{\bar{\bar{\gamma}} + 1}$$

Maximum winst onder de randvoorwaarden (2.1) en (4.2) is equivalent aan:

$$\text{Max } W = p_A X_A - p_L \left[\frac{\bar{\bar{\gamma}}}{\bar{\bar{\gamma}} + 1} \cdot \frac{P_A X_A}{P_L} \right] - p_E \left[\frac{P_A X_A}{P_E \cdot (\bar{\bar{\gamma}} + 1)} \right]$$

$$\frac{dW}{dX_A} = 0 \rightarrow$$

$$p_A + p'_A X_A - \frac{p_L \cdot P_A}{P_L} \cdot \frac{\bar{\bar{\gamma}}}{\bar{\bar{\gamma}} + 1} - \frac{p_E \cdot P_A}{P_E (\bar{\bar{\gamma}} + 1)} = 0$$

$$X_A = \frac{1}{p'_A} \left[\frac{p_L \cdot P_A \cdot \bar{\bar{\gamma}}}{P_L (\bar{\bar{\gamma}} + 1)} + \frac{p_E \cdot P_A}{P_E (\bar{\bar{\gamma}} + 1)} - p_A \right]$$

Met $P_A = P_E = P_L = \pi$ en (2.2) ontstaat:

$$X_A = \frac{1}{\pi'_A \cdot \pi} \left[\frac{\pi_L \cdot \bar{\bar{\gamma}} \cdot \pi}{(\bar{\bar{\gamma}} + 1)} + \frac{\pi_E \cdot \pi}{(\bar{\bar{\gamma}} + 1)} - \pi_A \cdot \pi \right] =$$

$$= \frac{\pi_L \cdot \bar{\bar{\gamma}}}{\pi'_A \cdot (\bar{\bar{\gamma}} + 1)} + \frac{\pi_E}{\pi'_A \cdot (\bar{\bar{\gamma}} + 1)} - \frac{\pi_A}{\pi'_A} \rightarrow$$

$$= \frac{\pi_L \cdot \bar{\bar{\gamma}} + \pi_E - \pi_A (\bar{\bar{\gamma}} + 1)}{\pi'_A (\bar{\bar{\gamma}} + 1)}$$

Definieer $\frac{-1}{\pi'_A} \equiv IJ \geqslant 0$, $\rightarrow$

$$X_A^* = IJ \left(\pi_A - \frac{\bar{\bar{\gamma}}}{\bar{\bar{\gamma}} + 1} \cdot \pi_L - \frac{1}{\bar{\bar{\gamma}} + 1} \cdot \pi_E \right)$$

$$I_t = B_t + F_t$$

$$= c_3 \left[IJ \left(\pi_A - \frac{\bar{\bar{\gamma}}}{\bar{\bar{\gamma}} + 1} \cdot \pi_L - \frac{1}{\bar{\bar{\gamma}} + 1} \cdot \pi_E \right) \right] - (c_3 - c_4)\, \bar{X}_{At}$$

Neem $c_3 \cdot IJ = l_1$

$c_3 - c_4 = l_2$

$$(4.3) \quad I_t = l_1 \left(\pi_A - \frac{\bar{\bar{\gamma}}}{\bar{\bar{\gamma}} + 1} \cdot \pi_L - \frac{1}{\bar{\bar{\gamma}} + 1} \cdot \pi_E \right) \pm l_2 \bar{X}_{At}$$

C

De winstvergelijking is (met een lineaire vraagcurve) kwadratisch, n.l.

$$(5.4) \quad W = \alpha \cdot a \cdot X_A - \beta \cdot a^2 \cdot X_A^2 - a \cdot b \cdot X_A - p_E X_A = \bar{W}$$

De standaard oplossing van deze vergelijking geeft twee reële wortels voor de kapitaalvoorraad.

$$X^*_{A,1} = \frac{1}{2\beta \cdot a^2} \left[(\alpha \cdot a - a \cdot b - p_E) + \right.$$

$$\left. \{ (\alpha \cdot a - a \cdot b - p_E)^2 - 4\beta \cdot a^2 \cdot \bar{W} \}^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$X^*_{A,2} = \frac{1}{2\beta \cdot a^2} \left[(\alpha \cdot a - a \cdot b - p_E) - \right.$$

$$\left. \{ (\alpha \cdot a - a \cdot b - p_E)^2 - 4\beta \cdot a^2 \cdot \bar{W} \}^{\frac{1}{2}} \right]$$

De grootste van deze twee $(X^*_{A,1})$ geeft tevens de grootst mogelijke omzet. Dit wordt op de volgen wijze bewezen.
Stel er bestaan twee punten $X_{A,1}$ en $X_{A,2}$, waarvoor geldt $X_{A,1} > X_{A,2}$.
De corresponderende waarden voor de omzet R_1 en R_2 hebben de relatie $R_1 > R_2$, indien en voorzover:

$$\alpha \cdot a \cdot X_{A,1} - \beta \cdot a^2 \cdot X_{A,1}^2 > \alpha \cdot a \cdot X_{A,2} - \beta \cdot a^2 \cdot X_{A,2}^2$$

$$\alpha \cdot a \cdot X_{A,1} - \alpha \cdot a \cdot X_{A,2} > \beta \cdot a^2 \cdot X_{A,1}^2 - \beta \cdot a^2 \cdot X_{A,2}^2$$

$$\alpha \cdot a \cdot (X_{A,1} - X_{A,2}) > \beta \cdot a^2 (X_{A,1}^2 - X_{A,2}^2)$$

$$\alpha \cdot a \cdot (X_{A,1} - X_{A,2}) > \beta \cdot a^2 (X_{A,1} - X_{A,2})(X_{A,1} + X_{A,2})$$

$$(5.4)' \quad \frac{\alpha \,.\, a}{\beta \,.\, a^2} > X_{A,1} + X_{A,2}$$

Uit de bovengevonden waarden voor de wortels van (5.4) blijkt dat

$$X^*_{A,1} > X^*_{A,2}$$

Verder is $X^*_{A,1} + X^*_{A,2} = \dfrac{2 \,.\, (\alpha \,.\, a - a \,.\, b - p_E)}{2\beta \,.\, a^2}$

$$(5.4)'' \quad X^*_{A,1} + X^*_{A,2} = \frac{\alpha \,.\, a - (a \,.\, b + p_E)}{\beta \,.\, a^2}$$

Uit vergelijking van (5.4)'en (5.4)''volgt dat $R_1^* > R_2^* \leftrightarrow a \,.\, b + p_E > 0$

Aangezien $a \,.\, b + p_E$ de som is van de produktiekosten en de vermogenskosten zal aan de laatste voorwaarde steeds zijn voldaan. De optimale voorraad kapitaalgoederen voor de omzet maximaliserende onderneming wordt dus door $X^*_{A,1}$ gegeven. Met behulp van (3.11) en (3.12) en enige herdefiniering ontstaat de micro-investeringsvergelijking.

$$I_t = B_t + F_t$$

$$= \frac{c_3}{2\beta \,.\, a^2} \,[\, (\alpha \,.\, a - a \,.\, b - p_E) +$$

$$\{ (\alpha \,.\, a - a \,.\, b - p_E)^2 - 4\beta \,.\, a^2 \,.\, \overline{W} \}^{\frac{1}{2}} \,] - (c_3 - c_4)\, \overline{X}_{At}$$

Noem $c_3 / 2\beta a^2 \equiv m_1$

$\alpha \,.\, a - a \,.\, b \equiv m_2$

$4\beta \,.\, a^2 \equiv m_3$

$c_3 - c_4 = m_4$

$$(5.6) \quad I_t = m_1 \,(m_2 - \pi_E \,.\, \pi) + m_1 \,[\, (m_2 - \pi_E \,.\, \pi)^2 - m_3 \,\overline{W}\,]^{\frac{1}{2}} \pm$$

$$\pm\, m_4 \,\overline{X}_{At}$$