AANTEKENING N.A.V. RUIZENDAAL'S ARTIKEL OVER DE INTERNE RENTEVOET[1])

door Prof. Dr. C. F. Scheffer

1 Interne Rentevoet

Het artikel van Dr. N. L. Ruizendaal getiteld „De Interne Rentevoet" in het M.A.B. van februari 1969 geeft ons aanleiding tot de volgende opmerkingen.

Voor een zgn. conventioneel investeringsproject kan als algemene formule voor de afleiding van de interne rentevoet worden geschreven:

$$I_o = \sum_{j=1}^{n} \frac{Cf_j}{(1+i)^j}$$

waarin I_o is het investeringsbedrag op t_o; Cf_j de verwachte cash flows op elk van de tijdstippen $t_1 \ldots t_n$ en i de af te leiden interne rentevoet.

Als een van de bezwaren tegen de interne rentevoet als maatstaf voor de rentabiliteit ten behoeve van de selectie van investeringsprojecten wordt het zgn. herinvesteringsmechanisme naar voren gebracht. De impliciete veronderstelling, dat aan de beschikbaar komende cash flows een opbrengstvoet wordt toegekend gelijk aan de interne rentevoet zou kunnen worden aangetoond door in plaats van de bovengegeven sommatie van de contante waarde van de cash flows te schrijven:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{Cf_j\ (1+i)^{n-j}}{(1+i)^n}$$

waaruit dan zou blijken, dat ten aanzien van de vrijvallende cash flows wordt aangenomen, dat deze een opbrengstvoet i hebben.

Wordt I_o vergeleken met de tot eindwaarde aangegroeide cash flows, dan heeft i de betekenis van een samengesteld interestpercentage. De interne rentevoet duidt o.i. echter op enkelvoudige interest op een in de tijd variërend investeringsbedrag.[2])

2 Baldwin

Reeds in 1959 heeft Baldwin gepoogd het geopperde bezwaar tegen de interne rentevoet op te heffen door aan de ter beschikking komende cash flows in zijn geheel een autonome en realistische opbrengstvoet toe te kennen.[3]) Deze opbrengstvoet kan uiteraard per periode variëren. In het onderstaande wordt een onveranderlijke opbrengstvoet aangenomen van r, welke zou kunnen worden aangeduid als de „time value of money" voor de desbetreffende onderneming.

---

1) Gaarne dank ik de heren Schoorlemmer, Duffhues, Verwey, Lemeer en Horsten voor de kritische evaluatie van een eerdere versie van dit artikel.

2) Vgl. ook H. P. J. Heukensfeldt Jansen: De DCF-techniek als criterium voor projectwaardering, in E.S.B. van 29 maart 1967.

3) R. Baldwin: How to assess investment proposals, in Harvard Business Review, mei/juni 1959, blz. 100 e.v.

Baldwin stelt nu de tot eindwaarde herleide cash flows van een (conventioneel) investeringsproject tegenover het op t_o te investeren bedrag en ziet als rentabiliteit van het project (i_B), de rentevoet waartegen het eindwaardebedrag contant moet worden gemaakt om als uitkomst I_o te krijgen. In formule:

$$I_o = \sum_{j=1}^{n} \frac{Cf_j\,(1 + r)^{n-j}}{(1 + i_B)^n}$$

$$i_B = \sqrt[n]{\frac{\sum_{j=1}^{n} Cf_j\,(1 + r)^{n-j}}{I_o}} - 1$$

Het probleem van het herbeleggingsmechanisme is hiermede voor wat de opbrengstvoet betreft weliswaar uit de wereld, doch het is duidelijk, dat i_B niet als interne rentevoet mag worden aangemerkt, omdat niet wordt voldaan aan de algemene aanvaarde definitie daarvan; i_B geeft aan de samengestelde interestvoet, waarmede I_o tot t_n is aangegroeid.

Bovendien kleeft aan de methode Baldwin het bezwaar, dat aangenomen wordt, dat de beschikbaar komende cash flows volledig de „time value of money" zullen opleveren. Dit lijkt weinig realistisch, omdat een deel van deze cash flows uit de onderneming kunnen afvloeien, zodat de opbrengstvoet voor de onderneming nul is. Voorzover wèl de opbrengstvoet r wordt verkregen, rijst de vraag of deze aan het nu te analyseren project mag worden toegerekend, of dat hier wellicht van een nieuw project sprake is. In het laatste geval zou de opbrengst hiervan voor het onderhavige geval eveneens nul zijn. Kokee blijkt van oordeel te zijn, dat expliciet rekening moet worden gehouden „met de te verwachten opbrengstvoet op dat gedeelte van de opbrengstenstroom, welke waarschijnlijk (zal) worden geherinvesteerd."[4]) Voorts acht hij „Het aangeven van relaties tussen bedragen die zullen worden uitgekeerd en die tot herinvestering worden gebracht (is) eveneens noodzakelijk."[4])

Wenst men opbrengsten van tijdelijk uitgezette cash flows aan het onderhavige project toe te rekenen, dan kan o.i. als volgt tewerk worden gegaan.

Stellen we dat van de cash flows uit een bepaald project een quote q geherinvesteerd wordt en dat de quote (1 - q) afvloeit, dan zal de aangroei van de cash flows als volgt dienen te worden gecorrigeerd:

$$\sum_{j=1}^{n} \left[Cf_j\,(1 + r)^{n-j} - \left\{ (1 - q)\;Cf_j\,(1 + r)^{n-j} \right\} + \left\{ (1 - q)\;Cf_j\,(1 + 0)^{n-j} \right\} \right]$$

4) L. W. Kokee: Herinvestering van „cash flows", in E.S.B. van 30 november 1966, blz. 1238.

De Baldwin-formule zal er nu als volgt uitzien:

$$I_o = \sum_{j=1}^{n} \frac{q\, Cf_j (1 + r)^{n-j}}{(1 + i_B)^n} + \sum_{j=1}^{n} \frac{(1 - q)\, Cf_j}{(1 + i_B)^n}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{\sum_{j=1}^{n} q\, Cf_j (1 + r)^{n-j} + \sum_{j=1}^{n} (1 - q)\, Cf_j}{I_o}} - 1$$

Rekenkundig is hier weinig tegen in te brengen, doch wellicht kost het enige moeite om in te zien, dat in deze formule aan voor afvloeiing bestemde bedragen een hogere waarde wordt toegekend, naarmate deze later ter beschikking komen. Het lijkt zelfs paradoxaal.

Toch zijn wij van oordeel dat zulks in het kader van de rentabiliteitsmeting juist moet worden geacht, met name omdat deze opbrengsten moeten worden uitgekeerd. Niet-uitkering opent de mogelijkheid tot extra rendement. Waar deze mogelijkheid bij voorbaat is uitgesloten, zal men de uitkering zover mogelijk in de tijd willen verschuiven m.a.w. naarmate de voor uitkering bestemde bedragen later beschikbaar komen, zal men ze hoger waarderen.

3 Ruizendaal

Wij hebben het voorafgaande gesteld, om duidelijker de methode Ruizendaal te kunnen belichten en te vergelijken.

Ruizendaal is van oordeel, dat onderscheid dient te worden gemaakt tussen delen van de cash flow, welke overliquiditeit veroorzaken en aan het project gebonden blijven en delen van de cash flow welke kunnen afvloeien of voor nieuwe projecten kunnen worden gebruikt.[5]) Het begrip „project" wordt door Ruizendaal niet gedefinieerd. Kennelijk wordt echter een uitzetting van overliquide middelen niet als nieuw „project" aangeduid.

Op blz. 76 van zijn artikel in het M.A.B. geeft hij een getallenvoorbeeld van een investering op t_0 ten bedrage van 614.460, welke op de tijdstippen t_1 t/m t_{10} een cash flow oplevert van 100.000. De interne rentevoet van dit project is 10%. Hij laat zien dat de cash flow (annuiteit) per periode uiteenvalt in een rentebedrag en een amortisatiebestanddeel.

Bij wijze van voorbeeld (ter illustratie) neemt Ruizendaal nu aan, dat alleen voor amortisatie beschikbaar komende bestanddelen van de cash flows een overliquiditeit veroorzaken, zodat van de rentebestanddelen moet worden aangenomen, dat ze kunnen afvloeien of voor verdere investeringen kun-

5) T.a.p. blz. 74.

nen worden gebruikt. Noemen we de amortisatiebestanddelen per periode A_j

$$\sum_{j=1}^{n} A_j = I_o$$

en de rentebestanddelen W_j, dan kan de wijze waarop Ruizendaal nu meent „de interne rentevoet" te moeten bepalen, worden weergegeven door de volgende formule:

$$I_o + \sum_{j=1}^{n} \frac{A_j}{(1 + i_R)^j} = \sum_{j=1}^{n} \frac{Cf_j}{(1 + i_R)^j} + \sum_{j=1}^{n} \frac{A_j}{(1 + i_R)^n}$$

waaruit i_R dient te worden opgelost. Wij geven hier de notatie i_R, omdat duidelijk is, dat ook hier niet meer van een interne rentevoet mag worden gesproken, al doet Ruizendaal dit wel. Uiteraard mag voor bovenstaande formule ook geschreven worden:

$$I_o = \sum_{j=1}^{n} \frac{Cf_j - A_j}{(1 + i_R)^i} + \sum_{j=1}^{n} \frac{A_j}{(1 + i_R)^n}$$

Deze vorm kan echter nog niet als algemeen gelden voor Ruizendaal's methode.

a. Zoals gezegd heeft Ruizendaal zijn getallenvoorbeeld slechts ter illustratie gegeven. Het behoeft dus niet *altijd* zo te zijn dat de amortisatiebestanddelen van de cash flows tot overliquiditeit leiden. Dit kan ook met meer of minder dan de amortisatiebestanddelen het geval zijn. Het is ook niet zo, dat ter bepaling van de tot overliquiditeit leidende bedragen eerst de „orthodoxe" interne rentevoet moet worden bepaald, zoals uit het gegeven voorbeeld zou kunnen worden geconcludeerd. Meer algemeen dient derhalve in de plaats van de grootheid A_j de grootheid $q\ Cf_j$ te worden gesteld (eventueel $q_j\ Cf_j$).

b. In een voetnoot op blz. 77 stelt Ruizendaal, dat om de berekening eenvoudig te houden, in zijn voorbeeld is verondersteld, dat geen opbrengst op overtollige middelen wordt verkregen ($r = 0$). Wil de op basis van zijn voorbeeld in het voorafgaande ontwikkelde formule derhalve algemene geldigheid verkrijgen dan zal in plaats van de teller in de laatste term geschreven dienen te worden: $Aj(1 + r)^{n-j}$ of na de boven sub. a reeds aangebrachte correctie als $q\ Cfj(1 + r)^{n-j}$.

Herschrijven we thans de op Ruizendaal's uiteenzettingen gebaseerde formule en geven wij deze algemene geldigheid, dan krijgen we het volgende:

$$I_o = \sum_{j=1}^{n} \frac{(1 - q)\ Cf_j}{(1 + i_R)^j} + \sum_{j=1}^{n} \frac{q\ Cf_j\ (1 + r)^{n-j}}{(1 + i_R)^n}$$

Vergelijken we deze formule met de ontwikkelde Baldwin-formule, dan blijkt er verschil te bestaan. In de Baldwin-formule werd de som van de voor afvloeiing of nieuwe investeringsprojecten beschikbare bedragen contant gemaakt door vermenigvuldiging met $\frac{1}{(1 + i_B)^n}$. In de Ruizendaal-formule blijken deze bedragen periodiek contant te worden gemaakt door vermenigvuldiging met $\frac{1}{(1 + i_R)^j}$. De Baldwin-rentevoet is daardoor ongelijk aan (lager dan) de Ruizendaal-rentevoet.

De Ruizendaal-rentevoet lijkt echter niet juist, omdat zou kunnen worden gezegd, dat deze een herinvesteringsmechanisme bevat. Aan de niet tot overliquiditeit leidende bedragen zou een rentevoet worden toegekend van i_R, immers:

$$\frac{1}{(1 + i_R)^j} = \frac{(1 + i_R)^{n-j}}{(1 + i_R)^n}$$

Het komt ons voor, dat dit in strijd is met de bedoeling van de methode. Opbrengsten verkregen door middelen, welke voor andere investeringsprojecten worden gebruikt, dienen niet te worden toegerekend aan het te analyseren investeringsproject en voor uit de onderneming afvloeiende bedragen geldt een opbrengstvoet van 0.

De in het voorafgaande weergegeven verbeterde Baldwin-methode valt dan ook te prefereren boven de Ruizendaal-methode.

4 Verdere vergelijkingen

In Maandschrift Economie van februari/maart 1968 werd door Drs. Duffhues en schrijver dezes een methode voor rentabiliteitsmeting van investeringsprojecten ontwikkeld, door nadere uitwerking van de „dual-rate-method" van Hunt.[6]) Hierbij was geen sprake van een interne rentevoet, noch van een rentevoet in de zin van i_B en i_R. De rentabiliteit van een (conventioneel) investeringsproject werd gezien als de relatie van tot gelijke jaarbedragen omgerekende contante waarde van de totale projectwinst gerelateerd aan I_o.

Daarvoor geldt de volgende formule:

$$i_{SD} = \frac{1}{I_o\, a_{\overline{n|}\, r}} \left[\left(\sum_{j=1}^{n} \frac{Cf_j}{(1 + r)^j} \right) - \frac{I_o}{(1 + r)^n} + \sum_{j=1}^{n} \left\{ \frac{(1 - b)(Cf_j - A_j)}{(1 + r)^n} - \frac{(1 - b)(Cf_j - A_j)}{(1 + r)^j} \right\} \right]$$

Voorzover gebruikte symbolen in dit artikel voorkomen, hebben ze dezelfde betekenis, b is een inhoudingsquote van de winst.

Wanneer wij Ruizendaal's veronderstellingen loslaten met betrekking tot het ontstaan van overliquiditeit en het investeren in nieuwe projecten doch meer realistisch q als een winstinhoudingsquote zien en (1 - q) als een winstuitkeringsquote (beide toegepast op Cf_j) dan blijkt de Baldwin-formule gemakkelijk in het bovenstaande te kunnen worden omgezet.

6) Zie ook Financiele Notities, Deel II, 2e druk, hoofdstuk V.

De contante waarde van de totale projectwinst zal gelijk zijn aan de contante waarde van de uitgekeerde bedragen, welke een opbrengstvoet van 0 hebben

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{(1-q)\,Cf_j\,(1+0)^{n-j}}{(1+r)^n}$$

vermeerderd met het verschil tussen de contante waarde van de met r aangegroeide inhoudingen op t_n en het oorspronkelijke investeringsbedrag.

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{q\;Cf_j\,(1+r)^{n-j}}{(1+r)^n} - \frac{I_o}{(1+r)^n}$$

De totale project-winst kan nu geschreven worden overeenkomstig hetgeen eerder door ons werd ontwikkeld en wel als volgt:

$$\left[\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{Cf_j}{(1+r)^j}\right) - \frac{I_o}{(1+r)^n} + \left\{\sum_{j=1}^{n}\frac{(1-q)\,Cf_j}{(1+r)^n} - \frac{(1-q)(Cf_j)}{(1+r)^j}\right\}\right]$$

Vereenvoudigd, tot gelijke jaarbedragen herleid en gerelateerd aan I_o geldt dan:

$$i_{SD} = \frac{1}{I_o\; a_{\overline{n|}\,r}}\left[\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{q\,Cf_j}{(1+r)^j}\right) - \frac{I_o}{(1+r)^n} + \left(\sum_{j=1}^{n}\frac{(1-q)\,Cf_j}{(1+r)^n}\right)\right]$$

Op blz. 284 gaven we een verbeterde Baldwin-formule. Deze luidde als volgt:

$$I_o = \sum_{j=1}^{n}\frac{q\;Cf_j\,(1+r)^{n-j}}{(1+i_B)^n} + \sum_{j=1}^{n}\frac{(1-q)\,Cf_j}{(1+i_B)^n}$$

Zouden we nu i_B ook willen zien als een relatie tussen periodiek gelijke projectresultaten en investeringsbedrag, dan is duidelijk dat de uitkomst precies gelijk zal zijn aan i_{SD}.

5 Niet-conventionele investeringsprojecten

Ook voor een niet-conventioneel investeringsproject geldt, dat de interne rentevoet die rentevoet is, waarbij de contante waarde van alle ontvangsten en uitgaven gelijk is aan 0.

$$0 = \sum_{j=0}^{n}\frac{Cf_j}{(1+i)^j} - \sum_{j=0}^{n}\frac{I_j}{(1+i)^j}$$

Ruizendaal heeft bezwaar tegen de mechanische toepassing van deze formule. Hij zegt: „Indien de methode van de interne rentevoet mechanisch wordt toegepast, wordt ten aanzien van het negatieve vermogensbeslag verondersteld, dat het evenveel rente oplevert als de uitkomst van de betrokken rentabiliteitscalculatie voor dit project."

De negatieve vermogensbeslagen zijn ons inziens een fictie afhankelijk van de wijze waarop de rentevoet wordt berekend. Met een getallenvoorbeeld kan dit worden toegelicht.

Wanneer we uitgaan van de volgende casus:

t_0	t_1	t_2	t_3
$I_0 = 1.217$	$Cf_1 = 2.000$	$Cf_2 = 2.000$	$I_3 = 3.000$

dan vinden we een interne rentevoet van 10%.

Vastgelegd vermogen	*Cash flow*	*Rente*	*Beschikbaar voor amortisatie*
1.217	+ 2.000	- 122	+ 1.878
1.878			
- 661	+ 2.000	+ 66	+ 2.066
- 2.066			
- 2.727	- 3.000	+ 273	- 2.727
2.727			
0			

661 en 2.727 noemt Ruizendaal negatieve vermogensbeslagen. Vergelijkt men echter de contante waarde van de investeringen met de positieve cash flows in de vergelijking:

$$1.217 + \frac{3.000}{(1+i)^3} = \frac{2.000}{(1+i)} + \frac{2.000}{(1+i)^2}$$

dan krijgt men de volgende opstelling:

3.470	2.000	347	1.650
- 1.650			
1.820	2.000	180	1.820
- 1.820			
0			

Negatieve vermogensbeslagen zijn er dan blijkbaar niet.

De kritiek op de toepassing van de interne-rentevoet-methode op niet-conventionele investeringsprojecten is o.i. geen andere dan die op de toepassing daarvan op conventionele projecten, nl. deze, dat impliciet zou worden aangenomen dat positieve cash flows geacht worden een opbrengstvoet te hebben gelijk aan de interne rentevoet en negatieve cash flows geacht worden gefinancierd te worden met middelen, welke een kostenvoet hebben gelijk aan de interne rentevoet.

Worden deze veronderstellingen onjuist geacht, dan zal een realistische rentabiliteitsberekening een of meer autonome rentevoeten moeten invoeren, bijv. een opbrengstvoet r en een kostenvoet r' . Bij negatieve kasstromen zal dan bovendien nog moeten worden nagegaan, hoe deze zijn samengesteld. Het is nl. zéér wel denkbaar dat deze bestaan uit een positieve Cf_j, overgecompenseerd door een I_j. Voor het bepalen van de rentabiliteit dient dan de volgende formule te worden gehanteerd:

$$(1+i)^n = \frac{\sum_{j=1}^{n} \left\{ q\, Cf_j\, (1+r)^{n-j} + (1-q)\, Cf_j \right\}}{\sum_{j=1}^{n} \frac{I_j}{(1+r')^j}}$$

In het door Ruizendaal op blz. 78 gegeven cijfervoorbeeld bij veronderstelde r = 6%, r' = 9% en q = 0,5, zou dan i_R als volgt moeten worden afgeleid:

$$(1+i)^{10} \left(336.800 + \frac{242.000}{(1,09)^{10}} \right) = \sum_{j=1}^{n} \left\{ 35.000\, (1,06)^{10-j} + 35.000 \right\}$$

$$(1+i)^{10}\ (471.836) = 776.300$$

$$(1+i)^{10} = \frac{77.600}{47.836}$$

$$i = \underline{\underline{\pm\ 5,8\%}}$$