**Input-outputanalyse**
**Kostencalculatie**
**Model**

*Dr. C. van Halem*

# Input output bedrijfsmodellen; Pleidooi voor de invoering van geautomatiseerde kosteninformatiesystemen

## Inleiding

Het in symbolen luidende model heeft de laatste decennia een steeds groter wordende plaats gekregen bij de beoefening van de economische wetenschap. Gefundeerde voorspellingen over macro-economische ontwikkelingen zijn gezien de complexe samenhangen nauwelijks denkbaar zonder hulp van een symbolisch model. In de macro-economie moge het gebruik van modellen gemeengoed geworden zijn[1]; in de bedrijfseconomie is de ontwikkeling later ingezet en minder ver voortgeschreden. Er heerst nog een zekere mate van terughoudendheid met betrekking tot het gebruik van bedrijfsmodellen. Gezien de historische ontwikkeling op het terrein van de macro-economie met betrekking tot het gebruik van modellen, lijkt ons een toenemende betekenis van bedrijfsmodellen onloochenbaar. De toegenomen mogelijkheden/scherpe prijsdaling van automatische informatieverwerkende apparatuur zal deze ontwikkeling nog versnellen.
In het proefschrift 'Input output bedrijfsmodellen' wordt aandacht gevraagd voor bedrijfsmodellen die verwant zijn aan het door Leontief geformuleerde input output model.[2] In dit model wordt de maatschappelijke voortbrenging beschreven. De hierin optredende interdependenties tussen bedrijfstakken krijgen bijzondere aandacht. In het bedrijfsmodel wordt de voortbrenging in een bedrijfshuishouding beschreven waarbij de interdependenties tussen divisies, kostenplaatsen of individuele processen centraal staan. Indien het bedrijfsmodel uitgaat van divisies of kostenplaatsen als sectoren van bedrijvigheid, zal dit model qua formulering en toepassingsmogelijkheden sterk verwant zijn aan het Leontief-model. Wij zullen deze modellen hier verder laten rusten.[3] In het navolgende zullen wij het oog richten op input output bedrijfsmodellen die opgebouwd zijn rondom processen als sectoren van bedrijvigheid.
De kostencalculatie en de begrotingsprocedure kunnen gemakkelijk door middel van deze modellen beschreven worden. Dit heeft als voordeel dat de informatie sneller ter beschikking komt. Ook kunnen gemakkelijker zg. 'gevoeligheidsanalyses' worden uitgevoerd. Daarnaast kunnen deze modellen aangevuld met een doelstellingsfunctie van nut zijn bij het zoeken van een optimale oplossing.

### *Modelformulering*

Het input output bedrijfsmodel is in wezen een model waarin de produktiemogelijkheden van het bedrijf beschreven worden. We kunnen spreken van een produktiemodel. Indien de produktiemogelijkheden ook in geld worden uitgedrukt is er sprake van een kostenmodel. Het eenvoudigste kostenmodel dat men in de bedrijfseconomie kent luidt:

$$k = v \cdot q + c$$

waarin $k$ = totale kosten
$v$ = variabele kosten per eenheid
$q$ = afgezette hoeveelheid in stuks
$c$ = totale vaste kosten

Om het input output bedrijfsmodel uiteen te zetten, gaan wij bovenstaand eenvoudig kostenmodel als volgt verfijnen:

1. Er zijn meerdere produkten. Indien er n produkten zijn kunnen de hoeveelheden worden aangegeven door de symbolenreeks $q_1, q_2, \ldots q_n$. De kostenfunctie kan nu als volgt geschreven worden:

$$k = v_1 \cdot q_1 + v_2 \cdot q_2 + v_3 \cdot q_3 + \ldots\ldots\ldots v_n \cdot q_n + c$$

waarin de symbolen $v_1, v_2, \ldots\ldots v_n$ betrekking hebben op de variabele kosten per eenheid produkt. Bovenstaande kostenfunctie kan niet langer in een tweedimensionale grafiek getekend worden. Het kostenbedrag kan uitsluitend door middel van een symbolisch model worden weergegeven.

2. De variabele kosten per produkt vormen een optelsom van hoeveelheden verbruikte inputfactoren vermenigvuldigd met de daarbij behorende prijzen. Zo zal b.v. $v_1$ als volgt zijn opgebouwd:

$$v_1 = b_{11} \cdot s_1 + b_{21} \cdot s_2 + b_{31} \cdot s_3 + \ldots\ldots\ldots b_{m1} \cdot s_m$$

waarin $b_{ij}$ = de verbruikte hoeveelheid van inputfactor i per eenheid produkt j.
en $s_i$ = de prijs per eenheid van inputfactor i.
$i$ = 1, 2, ........, m.

Indien de eindprodukten - behalve ten behoeve van derden - ook (ten dele) intern gebruikt worden, kan de bovenstaande vergelijking als volgt uitgebreid worden:

$$v_1 = a_{11} \cdot v_1 + a_{21} v_2 + \ldots\ldots + a_{n1} \cdot v_n + b_{11} \cdot s_1 + b_{21} s_2 + \ldots\ldots b_{m1} \cdot s_m$$

waarin $a_{ij}$ = de verbruikte hoeveelheid van produkt i per eenheid van produkt j

Aldus wordt een stelsel van n vergelijkingen verkregen t.w. $v_1$ t/m $v_n$. Een dergelijk stelsel van lineaire vergelijkingen is gemakkelijk door middel van matrix algebra te beschrijven en op te lossen.[4]

Hiertoe definiëren wij:

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ , \\ \vdots \\ , \\ v_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{n1} \\ a_{12} & & \\ , & & \\ , & & \\ , & & \\ a_{1n} & & a_{nn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{m1} \\ b_{12} & & \\ , & & \\ & & \\ b_{1n} & & b_{mn} \\ & & \end{bmatrix} \quad s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ , \\ , \\ s_m \end{bmatrix}$$

Nu kan het bovenbedoelde vergelijkingenstelsel als volgt geschreven worden:

$$v = A \cdot v + B \cdot s$$

dus geldt:

$$(I-A) \cdot v = B \cdot s$$

$$v = (I-A)^{-1} \cdot B \cdot s \qquad \text{(I)}$$

In dit vergelijkingenstelsel worden de variabele kostprijzen in afhankelijkheid van de kosten van de inputfactoren beschreven. De totale variabele kosten worden in de break-even analyse voorgesteld door het produkt $v \cdot q$. In het input output bedrijfsmodel stellen de symbolen v en q vectoren voor. In dat geval zijn de totale variabele kosten per produkt bekend en wel volgens de uitdrukking[5]:

$$v \cdot {}^{T} \cdot q = \{ \ (I-A)^{-1} \cdot B \cdot s \cdot \}^{T} \cdot q \qquad \text{(II)}$$

In vector v zijn de variabele kosten per produkt opgenomen; aangevuld met de vaste kosten per produkt kunnen wij de kostprijzen per produkt leren kennen.[6] Indien er geen onderlinge leveringen zijn tussen de processen die eindprodukten voortbrengen is matrix A leeg en bevat uitsluitend nullen. De bovenstaande uitdrukking wordt dan $v = B \cdot s$

3. Elk produkt kan op een eindig aantal verschillende manieren worden voortgebracht. Aldus houdt men rekening met een eindig aantal substitutiemogelijkheden. Deze mogelijkheden kunnen gemakkelijk in het model worden opgenomen door elke verhouding waarin inputfactoren gecombineerd kunnen worden om een bepaald produkt voort te brengen, als een apart proces voor te stellen. Er kunnen dus processen voorkomen die hetzelfde produkt voortbrengen doch op een technologisch verschillende manier. In het voorgaande zijn wij stilzwijgend uitgegaan van n produkten en eveneens n processen. Nu gaan wij uit van N processen en n produkten waarbij geldt $N > n$.

De uitdrukkingen met betrekking tot kosten en kostprijzen stellen ons in staat de kostencalculatie 'op de computer' te brengen. Ook de opstelling van de jaarbegroting, gespecificeerd naar afdelingen, kan op overeenkomstige manier worden geautomatiseerd. Dit geeft de mogelijkheid om de kostprijs en begroting snel aan te passen aan wisselende omstandigheden. Ook kunnen gemakkelijk gevoeligheidsberekeningen uitgevoerd worden.[7]
De matrices A en B bevatten coëfficiënten die in de bedrijfseconomie bekend staan onder de naam 'standaardhoeveelheden'. Deze standaarden hebben niet alleen betekenis voor de kostencalculatie; ook de planning van het bedrijf kan hierop gebaseerd zijn. Het onderstaande beoogt dit te adstrueren.
Stel dat de totale produktie van elk proces gelijk is aan de leveringen aan andere processen vermeerderd met de leveringen aan derden.
Zo bedraagt $q_1$ b.v.:

$$q_1 = a_{11} \cdot q_1 + a_{12} \cdot q_2 + \ldots\ldots\ldots + a_{1n} \cdot q_n + y_1$$

waarin $y_1$ de afzet van produkt 1 aan derden voorstelt.
Overeenkomstig geldt:

$$q_2 = a_{21} \cdot q_1 + a_{22}\, q_2 + \ldots\ldots\ldots\, a_{2n} \cdot q_n + y_2$$

Dit stelsel van n vergelijkingen kan door middel van matrix algebra als volgt geschreven worden:

$$q = A^T \cdot q + y$$

waarin

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

of wel $(I - A^T) \cdot q = y$

$$q = (I - A^T)^{-1} \cdot y \qquad \text{(III)}$$

Met behulp van deze uitdrukking kan de totale produktie van elk produkt berekend worden in afhankelijkheid van een bepaalde finale afzet gespecificeerd naar hoeveelheid en soort. Het met een bepaalde produktie samenhangende verbruik van inputfactoren opgenomen in vector t bedraagt:

$$t = B^T \cdot q$$

of wel

$$t = B^T \cdot (I-A^T)^{-1} \cdot y \qquad \text{(IV)}$$

Deze uitdrukking kan van betekenis zijn in verband met de eerder genoemde automatisering van de begrotingsprocedure.

Het input output bedrijfsmodel bestaat nu uit de vergelijkingenstelsels (I) t/m (IV). Deze stelsels beschrijven alle produktiealternatieven van de onderneming en geven aan welke kosten deze alternatieven met zich meebrengen. De keuze uit deze alternatieven kan door de ondernemingsleiding gemaakt worden op basis van een door haar geformuleerde doelstellingsfunctie. Stel dat men een bepaalde afzet tegen minimale kosten wil realiseren. Het lineaire programmeringsprobleem luidt dan als volgt:

$$\begin{array}{ll} \text{Min}\, \{ (I-A)^{-1} \cdot B \cdot s \}^T \cdot q & \text{zie (II)} \\ \qquad q = (I-A^T)^{-1} \cdot y & \text{zie (III)} \\ \qquad y = d & \\ \qquad B^T \cdot (I-A^T)^{-1} \cdot y \leqslant e & \text{zie (IV)} \end{array}$$

Hierin zijn in vector d de gewenste afzethoeveelheden opgenomen. In vector e zijn de maximale hoeveelheden opgenomen die van elke inputfactor verbruikt kunnen worden.
De oplossing van het bovenstaande lineaire programmeringsprobleem zal het vooraf gespecificeerde afzetpakket (vector d) tegen minimale kosten voortbrengen. Dit is met name van belang indien er alternatieve produktiemogelijkheden zijn (substitutiemogelijkheden).
In de hierboven gepresenteerde opzet kunnen nog verfijningen worden aangebracht b.v. door rekening te houden met gemeenschappelijke produktie. Hierop zullen wij in het kader van deze samenvatting niet verder ingaan.

Tenslotte nog enige opmerkingen over de praktische toepasbaarheid van input output bedrijfsmodellen. Naar ons gebleken is laat het model zich relatief gemakkelijk operationaliseren doordat belangrijke bouwstenen van het model i.c. de coëfficiënten uit de matrices A en B snel voorhanden zijn omdat zij opgeslagen liggen in stuklijsten, kostprijscalculatie-schema's, begrotingsprocedures, kostenverdeelstaten e.d. Dit verklaart wellicht ook het feit dat de onderhavige soort modellen in toenemende mate bij grote industriële ondernemingen wordt toegepast. Het zwaartepunt ligt daarbij op de chemische industrie en de ijzer- en staalindustrie.[8] Doch ook assemblage-technologieën zoals voorkomend in de automobielindustrie, vliegtuigbouw, meubelindustrie, lenen zich voor beschrijving door middel van een input output bedrijfsmodel.[9] Het is opmerkelijk dat in Oost-Europese landen vele bedrijven gebruik maken van dit model,[10] wellicht is dit verklaarbaar vanuit de aldaar bestaande ervaring met input output modellen

t.b.v. de volkshuishouding.
Voorwaarde voor toepassing van het hier gepresenteerde model is dat er een fysieke goederenstroom in de bedrijfshuishouding te onderkennen is. Indien dat niet het geval is en wij derhalve andere dan industriële ondernemingen op het oog hebben verdwijnen de voornaamste toepassingsmogelijkheden en resteren nog slechts toepassingsmogelijkheden ten behoeve van gedivisionaliseerde ondernemingen en/of de verbijzondering van vaste en indirecte kosten.

## Literatuur


1) R. W. Bayliss, 'Input - output analysis as an aid to financial control'. *Accounting and Business Research,* Winter (1972).
2) C. van Halem, 'Bedrijfseconomische betekenis van de input - output analyse'. *Maandblad voor Accountancy en Bedrijfshuishoudkunde,* december (1974).
3) C. van Halem, 'Input output bedrijfsmodellen'. 's-Gravenhage (1981).
4) W. Schubert, 'Das Rechnen mit stückbezogenen primären Kostenarten als Entscheidungshilfe'. Opgenomen in: 'Das Rechnungswesen als Instrument der Unternehmungsführung'. hrsg. von W. Busse von Colbe, Bielefeld (1969).
5) J. K. Shank, 'Matrix Methods in Accounting', Reading, Mass., U.S.A.
6) H. A. Smits en P.A. Verheyen, 'The development of a budgeting model'. Opgenomen in: C. B. Tilanus (ed), 'Quantitative methods in budgeting', Leiden (1976).
7) F. Vogel, 'Betriebliche Strukturbilanzen und Strukturanalysen'. Würzburg (1969).


*Noten*
*1 Indien wij in het navolgende spreken over modellen hebben wij steeds in symbolen luidende modellen op het oog.*
*2 In Van Halem (1974) wordt een inzicht gegeven in aard en functioneren van zowel het Leontief-model als het input output bedrijfsmodel.*
*3 Zie voor een (praktijk) voorbeeld van deze modellen, Bayliss (1972).*
*4 De beginselen van matrix-algebra kan men op vele plaatsen vinden. Voor de bedrijfseconomisch geschoolde lezer is Hoofdstuk I van Shank (1972) bijzonder geschikt.*
*5 De index$^T$ duidt op de getransponeerde versie van de vector/matrix; het werken met de getransponeerde versies is hier noodzakelijk om vermenigvuldiging mogelijk te maken.*
*6 De verdeling van de vaste kosten over de produkten kan eveneens door middel van een input output bedrijfsmodel beschreven worden. Zie o.a. Van Halem (1974).*
*7 In dit kader verdient de door Schubert (1969) voorgestelde 'Primarkostenrechnung' bijzondere aandacht. Op deze wijze tracht men de specificatie van kostenbedragen (w.o. kostprijzen) naar inputfactoren vast te stellen.*
*8 In Nederland is in dit verband de door Verheyen c.s. uitgevoerde toepassing bij D.S.M. Staatsmijnen bekend. In Duitsland o.a. I.G. Farben (tegenwoordig Leuna Werken Walther Ulbricht) en Hoesch Hüttenwerke. In Engeland is o.a. een toepassing bekend bij I.C.I.*
*9 In dit kader zijn toepassingen bekend bij o.a. Fiat, Skoda, Mitsubishi, British Leyland, Boeing.*
*10 Zie in dit verband Vogel (1969).*