DE FLEXIBILITEIT VAN DE PRODUKTIE ALS EEN DETERMINANT VAN HET TIJDSTIP VAN VERGROTEN VAN DE KAPACITEIT VAN DUURZAME PRODUKTIEMIDDELEN II

door Drs. K. Boskma en Drs. J. R. Pheifer

1 Inleiding

In een eerste artikel is de relatie tussen de mate van flexibiliteit van de produktie en het tijdstip en de omvang van uitbreiding der kapaciteit van duurzame produktiemiddelen besproken. Er werd van uitgegaan dat de vraagsnelheid zowel op korte termijn verandert in de tijd (bv. in het geval van seizoenprodukten) als op lange termijn aan verandering onderhevig is. Als in een bepaalde periode de grenzen van de kapaciteit in normale werktijd tekort schieten ter voldoening aan de vraag naar de produkten, dan zullen andere mogelijkheden worden gezocht. Enkele middelen om toch aan de vraag in die periode te kunnen voldoen zijn: anticiperen op de vraagpiek door het aanleggen van seizoenvoorraden, overwerk, uitbesteden van werk, e.a. In 't algemeen zullen de kosten van deze middelen progressief toenemen met de grootte van het verschil tussen de vraagsnelheid en de maximale kapaciteit in normale werktijd per periode (zie het vorige artikel). Indien nu de vraagsnelheid op langere termijn toeneemt (bv. toeneming van de gemiddelde jaarvraag) zullen op een zeker moment de extra kosten verbonden aan het gebruik van een extra eenheid kapaciteit lager liggen dan de besparingen op afstemmingskosten die met deze extra eenheid kapaciteit kunnen worden verkregen. Op dit tijdstip (jaar) is alleen al vanwege de mogelijke besparing op kosten verbonden aan het afstemmen van de produktiesnelheid op de vraagsnelheid het aanschaffen van een extra eenheid van het duurzame produktiemiddel aantrekkelijk.

Het bepalen van de kosten van het gebruik van een extra eenheid duurzaam produktiemiddel in een bepaald jaar vereist echter een toerekening van die kosten aan de gebruiksjaren. Deze toerekening is op zich weer afhankelijk van de aanwendingssnelheid (het aantal gebruikte prestatie-eenheden) van het duurzame produktiemiddel in elk der jaren. De aanwendingssnelheid van de prestatie-eenheden wordt op haar beurt bepaald door de best mogelijke afstemming van de produktiesnelheid op de korte termijn veranderingen van de vraagsnelheid.

De geschetste wederzijdse afhankelijkheid maakt het probleem komplex en moeilijk oplosbaar. In het vorige artikel werd een model beschreven, waarin het probleem in twee stadia wordt opgelost. In dit artikel wordt dit model toegelicht aan de hand van een getallenvoorbeeld.

De toepassing van het model stelt (uiteraard) enige eisen aan de beschikbaarheid van gegevens. Het uitgangspunt van het hierna te beschrijven model is dat voldoende betrouwbare schattingen kunnen worden verkregen omtrent de ontwikkeling van de vraagsnelheid in de komende 10 à 15 jaar o.a. gebaseerd op de levensduur van het produkt (zie ook par. 4). Het seizoenpatroon wordt ex ante als bekend en konstant verondersteld. Met deze gegevens plus de gegevens die de relevante grootheden m.b.t. de produktie-mogelijkheden specificeren kan het model worden opgelost. Indien veranderingen optreden in de vraagverwachtingen of m.b.t. de produktie wordt het model met de veranderde gegevens opnieuw opgelost. De gevoeligheid van de uitkomst voor eventueel optredende veranderingen kan ook op deze wijze worden onderzocht.

2 De eerste fase van het model

In de aanpak kunnen twee fasen van het planningmodel worden onderscheiden. In de eerste fase wordt voor elke periode van één jaar een zogenaamd globaal plan of aggregaatplan opgesteld. Daarin wordt per kwartaal aangegeven hoeveel eenheden der eindprodukten dienen te worden gemaakt, hoeveel overwerk dient te worden verricht, hoe groot de seizoenvoorraad aan het einde van het kwartaal zal dienen te zijn, e.d. Met dit plan wordt de optimale afstemming van de produktiesnelheid op de vraagsnelheid binnen elk jaar verkregen. In het te behandelen voorbeeld zijn als middelen voor het afstemmen van de produktiesnelheid op de vraagsnelheid overwerk, seizoenvoorraden en neenverkopen opgenomen (voor specifikatie van de case: zie vorig artikel). Er worden twee kategorieën vaste produktiemiddelen onderscheiden, waarvan het tijdstip van een uitbreiding van de kapaciteit van de eerste kategorie als probleem is gesteld. Er wordt in het voorbeeld gewerkt met twee produkten die o.a. dezelfde kategorieën produktiemiddelen nodig hebben. Veranderen van de produktiesnelheid is voor beide produkten mogelijk tussen kwartalen. Neenverkopen is voor het eerste produkt toegestaan, doch tegen relatief hoge kosten. Als doelstelling wordt aangenomen, dat met minimale totale variabele produktiekosten aan de vraag dient te worden voldaan.

Het voorbeeld is in bijlage 1 nogmaals weergegeven voor het eerste van een rij van jaren. De formulering is in zodanige vorm gegoten dat een model wordt verkregen dat geschikt is voor het toepassen van lineaire programmering, waarbij jaar voor jaar het produktieplan met minimale kosten wordt bepaald. Voor *elk* der te beschouwen jaren wordt dit vier kwartalen omvattende model opgelost voor de bestaande kapaciteit van de duurzame produktiemiddelen van de eerste kategorie en vervolgens voor een kapaciteit die met één ondeelbare eenheid van dit produktiemiddel is uitgebreid. Uit het verschil in aanwendingssnelheid per kwartaal, dat de beide optimale oplossingen leveren, valt af te leiden hoeveel prestatie-eenheden van de desbetreffende kategorie van produktiemiddelen meer zouden worden gebruikt, indien één extra ondeelbare eenheid beschikbaar zou zijn.

Die gewenste aantallen prestatie-eenheden van de extra eenheid worden dus gevonden als resultaat van het afwegen van de mogelijkheden van voorraadvorming, levering uit voorraad, overwerk en neenverkopen. De kosten van de extra eenheid duurzaam produktiemiddel zelf worden hier nog niet in beschouwing genomen.

Voor ons getallenvoorbeeld (zie het eerste artikel) leverde dit de volgende resultaten[1]).

Tabel 1 Gewenste (optimale) bezetting bestaande en extra eenheid(heden) der duurzame produktiemiddelen

jaar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
te gebruiken prestatie-eenheden van bestaande produktiemiddelen kat. 1												
in normale werktijd	1200	1275	1350	1400	1400	1400	1400	1400	1400	1400	1400	1400
overwerk	0	0	0	0	0	20	45	110	150	182^5	240	240
idem, van extra eenheid van produktiemiddelen kat. 1												
in normale werktijd	120	145	170	220	320	400	475	500	525	550	550	550
overwerk	0	0	0	0	0	0	0	10	45	87^5	120	120

Tabel 2 Gemiddelde eindvoorraad per kwartaal, berekend per jaar

jaar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
produkt X1	2,5	4,4	6,25	8,1	10	10	11,9	10	9,6	9,1	14,9	10,4
produkt X2	0	0	0	0	0	0	0	0	1,1	1,1	1,1	1,5

Door het toenemen van de vraag naar produkt X1 (overeenkomend met een toeneming van 100 (= 20 X 5) prestatie-eenheden/jaar) en daardat zowel voor X1 als voor X2 het eerste produktiemiddel nodig is wordt ook het plan voor het maken van X2 sterk veranderd. ($X1^n$ en $X1^o$ hebben betrekking op produkt i gemaakt in normale werktijd resp. overwerk).

Tabel 3 Aantal te produceren eenheden per jaar (optimale plannen)

	1e jaar				5e jaar		10e jaar	
	$X1^n$	$X2^n$	$X1^n$	$X2^n$	$X1^n$	$X2^n$	$X1^n$	$X2^n$
1e kwartaal	40	30	70	30	87^5	25	18	0
2e kwartaal	70	60	70	60	87^5	25	4	35
3e kwartaal	50	50	70	50	87^5	25	7^5	25
4e kwartaal	40	20	70	20	87^5	25	0^5	0

Uit de bovenstaande uitkomsten van de aggregaatplanning blijkt, dat onder invloed van de toeneming van de vraag naar produkt X1, uiteenlopende mogelijkheden worden benut om de produktiesnelheid op de vraagsnelheid af te stemmen. Het verschil tussen de totale variabele kosten van de produktie bij het optimale plan met en bij het plan zonder de extra ondeelbare eenheid kapaciteit van het duurzame produktiemiddel (= het verschil in

[1]) In het derde jaar vonden wij een gedegenereerde oplossing van ons voorbeeld. Wij berekenden voor dit jaar met een ander programma voor lineair programmeren een oplossing met dezelfde waarde van de doelstellingsfunktie, doch met gewenste prestatie-eenheden, die beter aansluiten in de tijd en die daarom verder worden gebruikt.

waarde van de beide doelstellingsfunkties), geeft aan welke besparingen m.b.t. variabele afstemmingskosten die extra eenheid kapaciteit in het desbetreffende jaar bij de produktie zou kunnen opleveren. In ons getallenvoorbeeld wordt dit:

Tabel 4 Mogelijke besparingen op afstemmingskosten van de produktiesnelheid op de vraagsnelheid (in geldeenheden)

jaar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
besparing afstemmingskosten t.g.v. één extra eenheid	80	340	680	1260	2496	3826	4976	6166	7296	8371	9154	9329

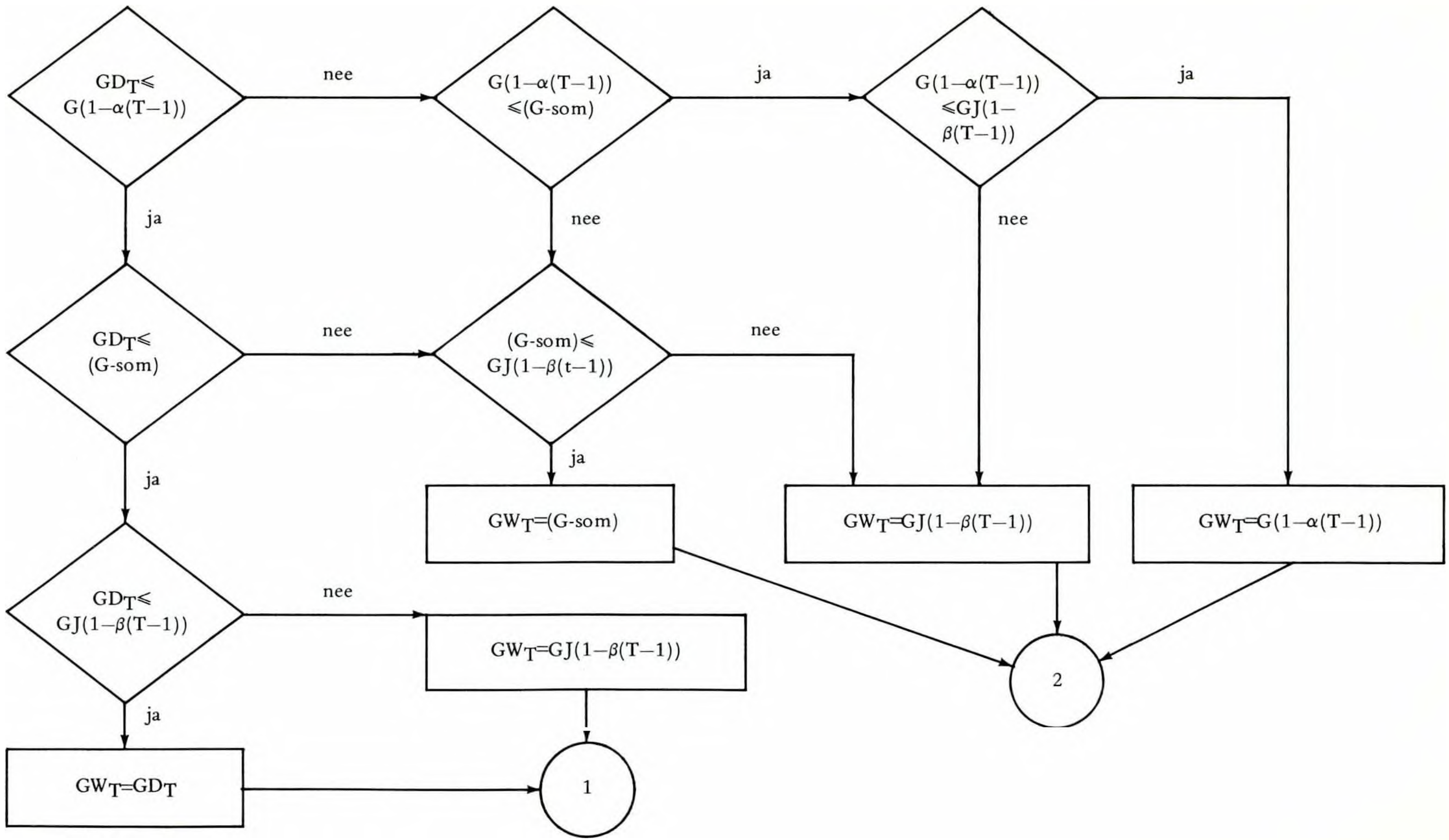
De geschetste aanpak van deze eerste fase van het model zou bij het afzonderlijk inlezen en oplossen van al deze lineaire programmeringsproblemen echter een zeer lange computertijd vergen. In ons model hebben wij dit ondervangen door gebruik te maken van het feit dat de problemen van de verschillende jaren en voor de verschillende kapaciteiten aan elkaar gelijk zijn op de vraagverwachtingen en kapaciteiten na. Nadat de optimale oplossing van één probleem is gevonden gaan wij uit van dat optimum en van de veranderingen t.o.v. het eerste probleem. Op deze wijze kan in een klein aantal iteraties een nieuw optimum worden gevonden. Het ontworpen computerprogramma heeft als kern een programma voor lineair programmeren volgens de revised Simplex-methode, Daarnaast omvat het algorithmen en procedures die de inverse van de basisvektoren van de optimale oplossing gebruiken om een nieuwe kolom met o.a. vraagverwachtingen en kapaciteitsgegevens in het probleem te kunnen betrekken en daarmede vervolgens een toelaatbare oplossing te kunnen verkrijgen (duaal Simplex-algorithme). Een nadere beschrijving in hoofdlijnen wordt gegeven in bijlage 2.

3 De tweede fase van het model

De tweede fase van het model bestaat uit een aantal stappen.

a. Veronderstel dat in het eerste jaar, T = 1, de aanschaf van de extra eenheid zou plaatsvinden. Gerekend vanaf T = 1 wordt nu berekend of de extra eenheid op grond van ekonomische en technische slijtage en op grond van het jaarlijks maximum mogelijk aantal te leveren prestatie-eenheden, in staat is het gewenste aantal prestatie-eenheden (volgend uit het globale plan van de eerste fase) voor dat jaar te leveren. Uit de konfrontatie van deze grootheden kan voor ieder jaar het werkelijk te leveren aantal prestatie-eenheden worden bepaald. Deze berekeningen kunnen als volgt in een zogenaamd stroomschema worden weergegeven.

Stroomschema 1

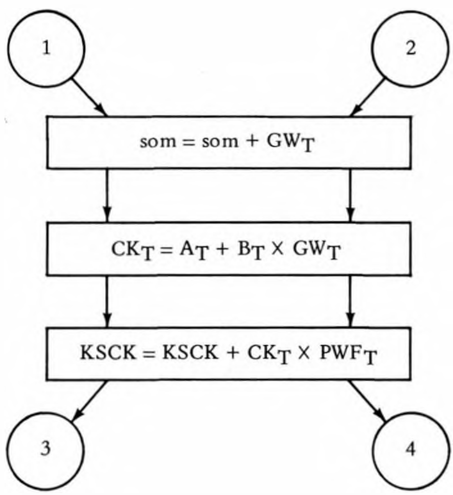


Verklaring symbolen

T	gebruiksjaar van de extra eenheid
G	aantal prestatie-eenheden, dat het nieuwe produktiemiddel gedurende zijn levensduur kan leveren (in voorbeeld: 8200)
GJ	aantal prestatie-eenheden, dat het nieuwe produktiemiddel per jaar kan leveren (in voorbeeld: 820/jaar)
L	in het planningmodel in beschouwing genomen aantal jaren (in voorbeeld: 12)
α	koëfficient, die de ekonomische slijtage van het nieuwe produktiemiddel aangeeft, uitgedrukt per unum (in voorbeeld: 0,1)
β	koëfficient, die de afneming van het beschikbare aantal prestatie-eenheden per jaar aangeeft (in voorbeeld: 0)
GD	gewenste aantal prestatie-eenheden in een jaar, zoals volgt uit de globale planning (zie tabel 1, pag 450)
GW	werkelijk aantal te leveren prestatie-eenheden
som	totaal over gebruiksjaren heen geleverde prestatie-eenheden
(G-som)	is het aantal nog beschikbare prestatie-eenheden in volgende jaren

b. Na berekening van het mogelijke aantal te leveren prestatie-eenheden gedurende de gebruiksjaren, op basis van aanschaf op T=1, worden vervolgens de kosten van het gebruik van de extra eenheid berekend en kontant gemaakt. De variabele kosten van de produktie met de extra eenheid, zoals die van grondstoffen, arbeid (normale werktijd), e.d. worden reeds via de koëfficiënten in de doelstellingsfunktie van het lineaire programmeringsmodel uit de eerste fase in rekening gebracht. Dit betekent dat we van een extra eenheid uitgaan, die identiek is aan de reeds aanwezige eenheden, zodat ook de variabele kosten der produkten X_1 en X_2 gelijk zijn[2]). De kosten van de extra eenheid (eenheden) van het duurzaam produktiemiddel kunnen bestaan uit een vast en uit een met het werkelijk geleverde aantal prestatie-eenheden variërend deel. In ons voorbeeld hebben we voor het gemak een vast bedrag per gebruiksjaar genomen, dat ieder jaar oploopt. Zowel na uitgang 1, als na uitgang 2 uit stroomschema 1 worden de volgende berekeningen uitgevoerd.

Stroomschema 2



[2]) Dit bezwaar zou kunnen worden ondervangen door een koppeling van de twee fasen in één programma waarbij voortdurend iteratief tussen beide delen gewerkt wordt.

Verklaring van de gebruikte symbolen

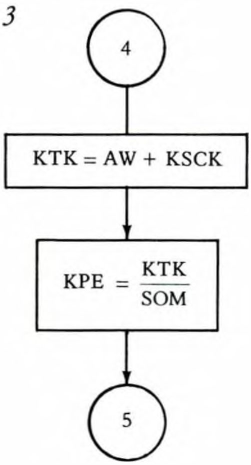
som	totaal van de in de verschillende gebruiksjaren geleverde prestatie-eenheden
A_T	koëfficienten in de funktie, die de kosten van het gebruik voor gebruiksjaar T aangeven
PWF_T	kontante waarde-faktor voor gebruiksjaar T
KSCK	variabele, die de kontante waarde aangeeft van de som van de kosten t/m gebruiksjaar T

c. Uit de situatie waarin de extra eenheid van het duurzame produktiemiddel technisch en ekonomisch gezien in staat was het gewenste aantal prestatie-eenheden te leveren resulteert ingang 1 . Na uitgang 3 kan voor een volgend gebruiksjaar worden berekend wat het werkelijk te leveren aantal prestatie-eenheden is en welke de kosten daarvan zijn. Deze cyclus wordt opnieuw doorlopen tot het jaar, waarin de extra eenheid technisch of ekonomisch gezien niet meer het gewenste aantal prestatie-eenheden kan leveren.

Ingang 2 ontstond uit de situatie waarin de extra eenheid technisch of ekonomisch gezien niet meer in staat is het gewenste aantal prestatie-eenheden te leveren. Of anders gezegd: de nieuw aangeschafte eenheid is aan het einde van zijn gebruiksduur. Dit geval geeft uitgang 4 .

In de volgende stap worden uit de aanschafwaarde en de over de gebruiksjaren kontant gemaakte kosten van het gebruik de kosten per prestatie-eenheid van de extra eenheid van het duurzame produktiemiddel berekend. Het kontant maken geschiedt tegen de door het bedrijf geëiste interne rentabiliteit.

Stroomschema 3

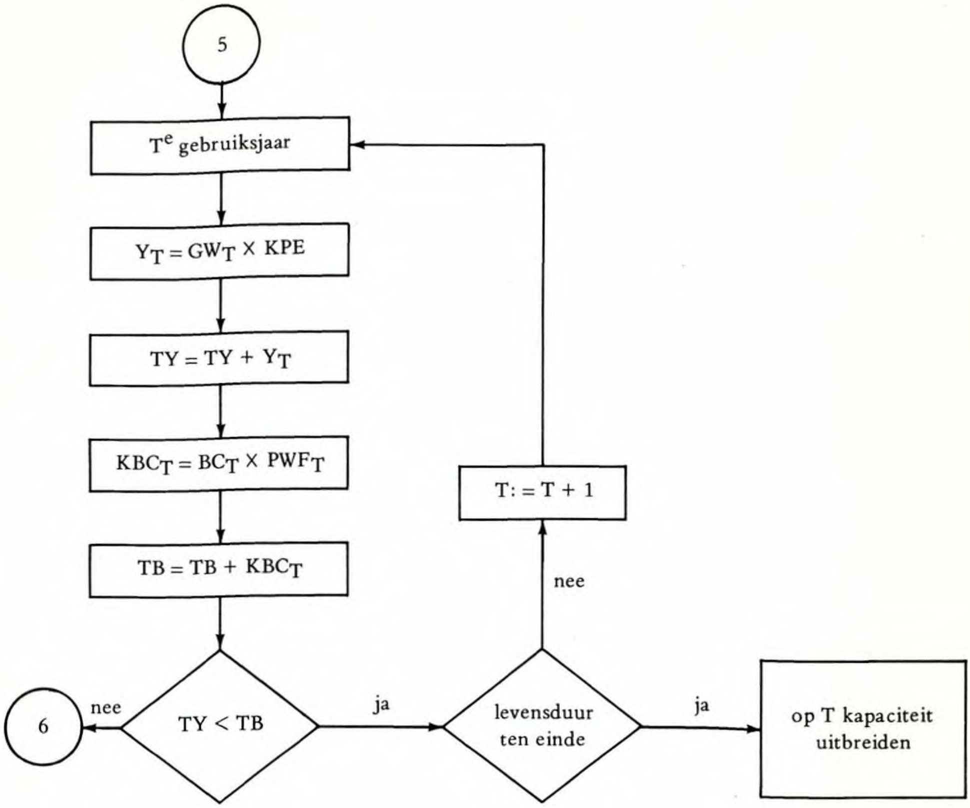


Verklaring gebruikte symbolen

AW	aanschafwaarde extra eenheid (in ons voorbeeld: 2000 geldeenheden)
KTK	kontante waarde totale kosten van aanschaf en gebruik van extra eenheid
KPE	kosten per prestatie-eenheid

d. Te rekenen vanaf het jaar van aanschaf (T=1) tot aan het einde van de levensduur van de extra eenheid worden een aantal bewerkingen uitgevoerd (zie stroomschema 4).

Stroomschema 4



Verklaring gebruikte symbolen

Y_T	kosten gebruik in jaar T
TY	totale kosten gebruik
KBC_T	kontante waarde besparingen in jaar T
BC_T	besparingen verkregen bij de globale planning in jaar T door inzet van extra eenheid
TB	totale besparingen

De berekening loopt verder als volgt.

1 Is de aanschaf in jaar 1 verondersteld, dan worden vergeleken
- de totale kosten verbonden aan aanschaf en gebruik van het duurzame produktiemiddel voor het 1e gebruiksjaar, op basis van het te leveren aantal prestatie-eenheden, met
- de totale besparingen die mogelijk zijn bij het afstemmen van de produktiesnelheid op de vraagsnelheid, als gevolg van de inzet van de extra eenheid in jaar 1.

2 Zijn onder 1 de besparingen groter dan de kosten, dan worden de sommen van besparingen en kosten over de eerste twee gebruiksjaren vergeleken. Zijn weer de besparingen groter dan de kosten dan wordt opnieuw vergeleken over de eerste drie gebruiksjaren, enz.

3 Levert de vergelijking voor alle jaren van de levensduur van de extra

eenheid op dat de som van de besparingen groter is dan de som van de kosten, dan is het voordelig de extra eenheid in jaar 1 aan te schaffen.

4 Levert de vergelijking voor een bepaald gebruiksjaar grotere kosten dan besparingen op, dan wordt de gehele tweede fase van het model (te beginnen bij stroomschema 1) opnieuw doorlopen, nu uitgaande van de veronderstelling van aanschaf in T = 2. Wordt ook de aanschaf van de extra eenheid (eenheden) van het produktiemiddel op T = 2 afgewezen, dan wordt de berekening herhaald voor T = 3, enzovoort.

De berekeningen in de tweede fase kunnen als volgt worden toegelicht.

Noem de kontant gemaakte extra kosten van de aanschaf en het gebruik van het duurzame produktiemiddel ten laste van het t^{de} jaar na de aanschaf Y_t, en de besparingen in dat jaar BC_t. Indien geldt:

$$\frac{BC_1}{(1+k)} > Y_1 \tag{1}$$

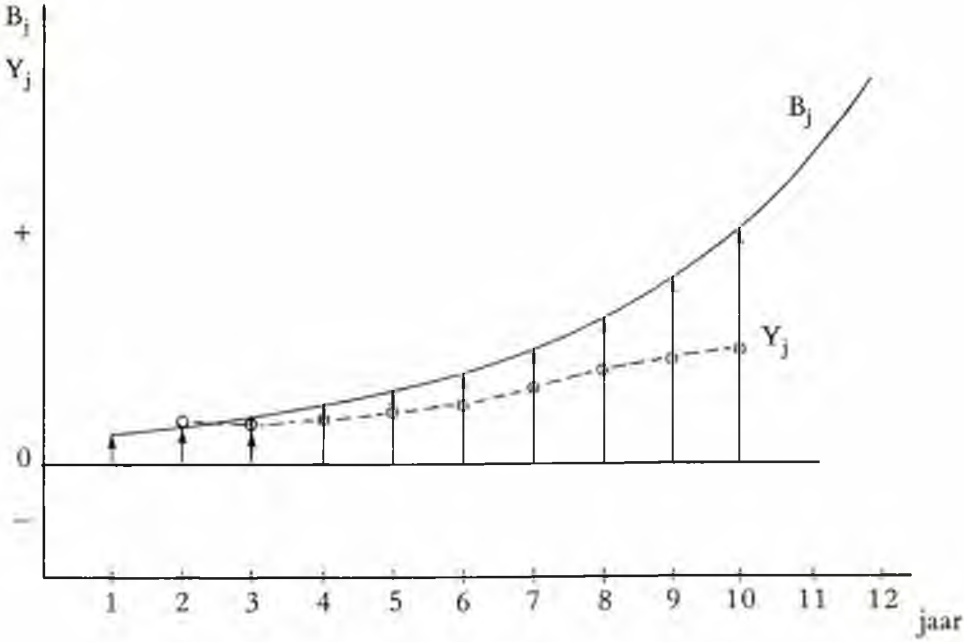
dan is aanschaf, te oordelen naar het eerste gebruiksjaar, aantrekkelijk. Indien bovendien voor alle waarden van t tot het einde van de gebruiksduur van het produktiemiddel geldt:

$$\sum_{t=1}^{s} \frac{BC_t}{(1+k)^t} > \sum_{t=1}^{s} Y_t \qquad t = 1,2,\ldots,s \quad (s = \text{laatste gehele gebruiksjaar}) \tag{2}$$

dan is de aanschaf op het gestelde tijdstip T voordelig. In dit geval is aanschaffen aan het begin van jaar 1 aantrekkelijk. Indien niet aan (2) wordt voldaan voor één der opeenvolgende waarden van t wordt de hele procedure herhaald voor T = 2, uiteraard met alle eerder genoemde berekeningen voor het verkrijgen van de kosten per jaar. De laagste waarde van T waarbij aan (2) wordt voldaan geeft het jaar aan, waarin de extra kapaciteit ter beschikking moet komen. Zou geen rekening worden gehouden met interest dan kunnen de vergelijkingen van kosten en besparingen per jaar grafisch als volgt worden voorgesteld (beide zijn diskrete funkties).

In het geval van figuur 2 (zie blz. 457) wordt het tijdstip van aanschaf: T = 2 beschouwd. De gebruiksduur is hier 9 jaren, terwijl in jaar 2 de kosten groter zijn dan de besparingen. Aanschaf van de extra kapaciteit zou volgens deze figuur op een later tijdstip dan T = 2 dienen plaats te vinden. Voor een beoordeling van de wenselijkheid van aanschaf op T = 3 zullen alle berekeningen van fase 2 opnieuw moeten worden gedaan.

De geschetste aanpak vertoont m.b.t. dit punt overeenkomst met de aanpak van het vervangingsprobleem van duurzame produktiemiddelen door TERBORGH, die elk jaar opnieuw de wenselijkheid van een vervanging beoordeelt.



Figuur 2 Grafische voorstelling van het vergelijken van kosten en besparingen bij aanschaf op T = 2.

Ons getallenvoorbeeld leverde na het invoeren van het gewenste aantal prestatie-eenheden en de besparingen, die m.b.v. de eerste fase waren berekend, in de tweede fase van ons model de volgende resultaten:

jaar, gemeten vanaf T = 0	*aantal te gebruiken prestatie-eenheden*	*aanschaf op T = 1 besparingen minus kosten*	*aanschaf op T = 2 besparingen minus kosten*	*aanschaf op T = 3 besparingen minus kosten*
1	120	− 362	–	–
2	145	− 195	− 123	–
3	175	+ 35	+ 121	184
4	220	449	557	637
5	320	1316	1474	1590
6	400	2351	2549	2693
7	475	3225	3459	3631
8	510	4286	4537	4722
9	560	5231	5508	5710
10	638	6021	6335	6566
11	670	–	7014	7257
12	670	–	–	7432

In dit getallenvoorbeeld blijkt voor het eerst in jaar T = 3 te worden voldaan aan de vergelijkingen (1) en (2), zodat jaar 3 het optimale tijdstip van installeren van de extra kapaciteit is.

4 Gebruik en uitbreiding van het model

Het voorgaande model wil niet alleen het theoretische belang van de flexibiliteit van de produktiesnelheid voor het tijdstip van uitbreiden van de kapaciteit aangeven, maar streeft ook naar operationaliteit met het oog op praktische toepassing. Daarom zijn enkele opmerkingen over het gebruik van het model op zijn plaats.

Het verkrijgen van betrouwbare vraagschattingen van een rij van jaren in relatie met de levenscyclus van een produkt is moeilijk, doch de eis van betrouwbaarheid geldt voornamelijk voor de eerstkomende jaren. In de eerste plaats omdat het model elk jaar opnieuw wordt toegepast met de jongste gegevens en dit met als resultaat wel of niet aanschaffen van een extra eenheid in het komende jaar. Verder is de invloed van ver in de toekomst liggende perioden kleiner dan die van de eerstkomende tengevolge van de diskontering in fase 2. Tenslotte krijgen schattingsfouten (indien deze onafhankelijk zijn) in de latere perioden een relatief kleinere invloed door het optellen in vergelijking (2).

Van praktisch belang i.v.m. de benodigde rekentijd is, dat het aantal problemen in de eerste fase, waar de oplossing met lineair programmeren wordt bepaald, betrekkelijk klein blijft[3]).

Uitbreidingen van het boven beschreven model zijn betrekkelijk gemakkelijk mogelijk en zullen vooral aspekten van de relevante toepassingen omvatten. Van groot belang is o.a. de analyse van de gevoeligheid van de optimale produktieplannen in fase 1 voor afwijkingen van de verwachte vraagsnelheid. Enkele voor de hand liggende uitbreidingen zijn verder de volgende.

- Indien de uitbreiding t.o.v. de bestaande situatie met één ondeelbare eenheid tot volledige bezetting daarvan zou leiden, zal ook uitbreiding met twee of meer eenheden in beschouwing worden genomen.
- Het in beschouwing nemen van uitbreiding van de kapaciteit van meerdere kategorieën van produktiemiddelen is bij een zekere uitwisselbaarheid van de produktiemiddelen van bijzonder belang.
- Een eventuele verwachte verandering van de kostenkoëfficiënten (matrix c) in de loop van de planperiode kan in principe worden onderzocht door een aanvullende voorziening in het programma van fase 1. Elke veranderde specifikatie vereist uiteraard weer het oplossen van een nieuw lineair programmeringsprobleem.
- In plaats van de in het voorbeeld veronderstelde harmonische opbouw van het bestaande komplex produktiemiddelen kan een verwachte technische en ekonomische slijtage ervan worden opgenomen, via de vektoren b_t van de tableau's voor lineaire programmering.
- De planning van de tijdstippen van afbouw van kapaciteit kan in principe

[3]) Nemen wij ter indikatie van de benodigde rekentijd ons getallenvoorbeeld dat werd uitgerekend m.b.v. de TR-4 van de Rijksuniversiteit te Groningen (een rekenautomaat van de 2e generatie). Voor de eerste fase van ons model, die voor ons getallenvoorbeeld het oplossen van 25 lineaire programmeringsproblemen omvatte, waren in totaal 29 min. komputertijd nodig. Het aantal Simplex-iteraties bedroeg bij het tweede en de volgende problemen gemiddeld minder dan de helft van het aantal iteraties bij het eerste probleem. De tweede fase van het model vroeg voor het getallenvoorbeeld slechts ca. 2 minuten komputertijd. Voor een komputer van de 3e generatie zal de in totaal voor het getallenvoorbeeld benodigde rekentijd, globaal geschat, ca. 3 minuten bedragen.

worden opgenomen via de vektoren b_t en enige aanvullingen op het programma van fase 2.

Voor grotere problemen zal de ervaring nog moeten leren hoeveel rekentijd voor praktisch relevante veranderingen in de specifikaties nodig is[4]). Bij een rekenautomaat met voldoende intern geheugenkapaciteit zouden beide fasen van het model kunnen worden gekoppeld. Dan zou o.a. in een geval, waarin in fase 2 niet aan de gewenste aanwendingssnelheid uit fase 1 kan worden voldaan, meteen kunnen worden gekoppeld naar fase 1 voor het verkrijgen van de juiste bedragen aan besparingen (B_T) en de juiste gewenste aanwendingssnelheden (GD_T).

Tot slot zij opgemerkt dat dit artikel beoogt het aksent te leggen op de betekenis van de flexibiliteit van de produktie voor het aanpassen van de kapaciteit in de tijd. De gegeven konseptie, die leidt tot een realistisch en operationeel model en een oplossing in twee fasen, staat hier centraal en niet de elegantie en/of de efficiëntie van de gebruikte komputerprogramma's.

Samenvatting en konklusies

Veel bedrijfsekonomische problemen hebben als kenmerk dat ze een groot aantal variabelen omvatten die op komplexe wijze samenhangen. In deze gevallen is het als regel moeilijk om een afbeelding van de keuzesituatie te geven met behulp van modellen die met analytische procedures kunnen worden opgelost. In sommige gevallen is het mogelijk een realistische afbeelding van de keuzeproblematiek te geven door splitsing van het probleem in gedeelten die m.b.v. afzonderlijke modellen worden opgelost. In ons geval wordt in het gedeelte dat wij de eerste fase hebben genoemd voor de oplossing een L.P. model gebruikt. Het tweede deel is een simulatie model met een specifiek komputerprogramma. De modellen die een komputerprogramma bevatten hebben bij een goede konstruktie van het programma het grote voordeel van operationele hanteerbaarheid. De invloed van onzekerheid kan gemakkelijk worden onderzocht, bv. door het model numeriek uit te werken voor een aantal relevante gevallen. Soms zal het mogelijk zijn om bestaande komputerprogramma's of delen daarvan als modules in het model te gebruiken, waardoor de voor programmeren benodigde tijd sterk wordt bekort.

In twee artikelen werd het bovenstaande toegepast op een probleem dat de integratie van aspekten van de produktietheorie en de investeringstheorie vereist. Met behulp van een model bestaande uit twee gedeelten werd bepaald op welk tijdstip een uitbreiding van de kapaciteit overeenkomend met één ondeelbare eenheid van een duurzaam produktiemiddel zou moeten plaatsvinden, op grond van de kostenbesparingen die deze eenheid zou kunnen opleveren bij het afstemmen van de produktiesnelheid op de vraagsnelheid. De beschrijving van de aanpak werd toegelicht met een getallenvoorbeeld. De verkregen oplossing heeft een heuristisch karakter.

---

[4]) Graag willen de schrijvers ervaringen hieromtrent vernemen.

Bijlage 1: specifikatie voor lineair programmeren van het gebruikte getallenvoorbeeld[1])[2])	VARIABELEN																					
	KWARTAAL 1											KWARTAAL 2										
VERGELIJKINGEN	$X1^n$	$X2^n$	$X1^o$	$X2^o$	VX1	VX2	$U1^+$	$U1^-$	$U2^+$	$U2^-$	N	$X1^n$	$X2^n$	$X1^o$	$X2^o$	VX1	VX2	$U1^+$	$U1^-$	$U2^+$	$U2^-$	
Machine groep 1 (normale werktijd)	5	2																				
Machine groep 2 (normale werktijd)	4	2																				
Machinegroep 1 (overwerk)			5	2																		
Machine groep 2 (overwerk)			4	2																		
Omstellen X1	1						–1	1														
Omstellen X2		1							–1	1												
Vraag X1	1		1		–1					1												
Vraag X2		1		1		–1																
Machinegroep 1 (normale werktijd)												5	2									
Machine groep 2 (normale werktijd)												4	2									
Machine groep 1 (overwerk)														5	2							
Machine groep 2 (overwerk)														4	2							
Omstellen X1	–1											1						–1	1			
Omstellen X2		–1																		–1	1	
Vraag X1					1							1		1		–1						
Vraag X2						1							1		1		–1					
Machine groep 1 (normale werktijd)																						
Machinegroep 2 (normale werktijd)																						
Machine groep 1 (overwerk)																						
Machinegroep 2 (overwerk)																						
Omstellen X1												–1										
Omstellen X2													–1									
Vraag X1																1						
Vraag X2																	1					
Machine groep 1 (normale werktijd)																						
Machine groep 2 (normale werktijd)																						
Machine groep 1 (overwerk)																						
Machine groep 2 (overwerk)																						
Omstellen X1																						
Omstellen X2																						
Vraag X1																						
Vraag X2																						
DOELSTELLINGSFUNCTIE	62	60	84	80	10	20	3	7	4	8	140	62	60	84	80	10	20	3	7	4	8	1

VERKLARING TEKENS
$X1^n$: produktie X1 in normale werktijd
$X2^n$: idem X2
$X1^o$: idem X1 in overwerk
$X2^o$: idem X2
VX1 voorraad X1 aan einde kwartaal
VX2 idem X2

$U1^+$: aantal eenheden produkt X1 waarmee de produktie t.o.v. vorige kwartaal is verhoogd
$U2^+$: idem X2
$U1^-$: idem X1, doch verlaagd
$U1^-$: idem X2
N: aantal neenverkopen

1) De gegevens en de opbouw van dit L.P. tableau zijn in ons eerste artikel vermeld

2) In matrix termen wordt dit tableau:

Voor konkrete gevallen kunnen gemakkelijk uitbreidingen op de voorgestelde aanpak worden aangebracht, doch daarbij is het nodig het aantal kombinaties van uitbreidingen klein te houden om excessief gebruik van rekenmachinetijd te vermijden.

m a b blz. 460

VARIABELEN																					BEPERKINGEN				
KWARTAAL 3										KWARTAAL 4															
$X2^n$	$X1^o$	$X2^o$	VX1	VX2	$U1^+$	$U1^-$	$U2^+$	$U2^-$	N	$X1^n$	$X2^n$	$X1^o$	$X2^o$	VX1	VX2	$U1^+$	$U1^-$	$U2^+$	$U2^-$	N	JAAR 1	2	3	4	5
																					350	350	350	350	350
																					400	400	400	400	400
																					60	60	60	60	60
																					100	100	100	100	100
										−1											0	0	0	0	0
											−1										0	0	0	0	0
														1							50	55	60	65	70
															1						30	30	30	30	30
																					350	350	350	350	350
																					400	400	400	400	400
																					60	60	60	60	60
																					100	100	100	100	100
																					0	0	0	0	0
																					0	0	0	0	0
																					70	75	80	85	90
																					60	60	60	60	60
2																					350	350	350	350	350
2																					400	400	400	400	400
	5	2																			60	60	60	60	60
	4	2																			100	100	100	100	100
					−1	1															0	0	0	0	0
1							−1	1													0	0	0	0	0
	1		−1						1												50	55	60	65	70
1		1		−1																	50	50	50	50	50
										5	2										350	350	350	350	350
										4	2										400	400	400	400	400
												5	2								60	60	60	60	60
												4	2								100	100	100	100	100
										1						−1	1				0	0	0	0	0
−1											1							−1	1		0	0	0	0	0
			1							1		1		−1						1	30	35	40	45	50
				1							1		1		−1						20	20	20	20	20
60	84	80	10	20	3	7	4	8	140	62	60	84	80	10	20	3	7	4	8	140					

A	b_1
c'	

Enige literatuur:

Albach, H., *Zur Verbinding von Produktionstheorie und Investitionstheorie.* In: Zur Theorie der Unternehmung. Festschrift zum 65. Geburtstag von E. Gutenberg. Wiesbaden, 1962.

Gass, S. I., *Lineair Programming.* New York, 1964 (2nd ed.)

Terborgh, G., *Dynamic Equipment Policy.* New York, 1949.

Bijlage 2

In hoofdlijnen verlopen de berekeningen in de eerste fase van het model als volgt: Laat het probleem van de aggregaatplanning voor een bepaald jaar zijn gegeven in de vorm van een tableau als in bijlage 1. Per kwartaal zijn hierin de verwachte vraag, de kapaciteiten van relevante kategorieën produktiemiddelen en de instrumenten voor de afstemming gegeven. Noem van de tabel uit bijlage 1 het gedeelte met de technische koëfficiënten A, de rechterkolom b_1 en de kostenkoëfficiënten (= de laatste rij) c^1. (Er geldt dus dat A, b_1 en c^1 matrices zijn, waarbij b_1 specifiek is voor het eerste jaar). Noem verder de vektoren van optimale oplossingen van de beslissingsvariabelen van probleem 1, 2 enz. $X^{0\,1}$, $X^{0\,2}$, enz. De kolommen van A behorend bij de basisvariabelen van een optimale oplossing worden gezamenlijk aangegeven als $B^{0\,1}$, $B^{0\,2}$, enz.

De inverse van de matrix van de basisvektoren van de eerste optimale oplossing kan worden aangegeven als $(B^{0\,1})^{-1}$. Voor de volgende optimale oplossingen wordt dit $(B^{0\,2})^{-1}$, enz.

Het programma werkt nu als volgt. De optimale oplossing van het eerste probleem wordt op de gebruikelijke wijze berekend en aangegeven als $X^{0\,1}$. Nu geldt (zie o.a. Gass) $X^{0\,1} = (B^{0\,1})^{-1}\ b_1$.

Aangezien de veranderingen van probleem tot probleem in ons geval betrekking hebben op de verwachte vraagsnelheid en de kapaciteit der machines, doch niet op de technische koëfficiënten, is matrix A voor alle problemen gelijk. Ook de vektor c zou verschillend kunnen zijn, doch wij veronderstellen eenvoudigheidshalve dat dit niet het geval is. Laat nu b_2 de vektor van konstanten zijn, die alleen verschilt t.o.v. b_1 door de kapaciteit van de eerste kategorie produktiemiddelen per kwartaal die zoveel hoger ligt als overeenkomt met één ondeelbare eenheid van het produktiemiddel extra. Het valt a priori te verwachten dat b_2 een optimale oplossing voor het afstemmingsprobleem zal opleveren die „in de buurt" ligt van de optimale oplossing verkregen met b_1. Daarom wordt berekend: $Z = (B^{0\,1})^{-1}\ b_2$.

Aangezien Z niet noodzakelijk een toelaatbare oplossing is wordt in ons model eerst door een duaal Simplex-algorithme bewerkstelligd dat alle elementen van Z groter of gelijk nul worden.

Vervolgens wordt m.b.v. het gebruikelijke revised Simplex-algorithme de optimale oplossing $X^{0\,2}$ bepaald voor het probleem met de extra eenheid (eenheden) duurzaam produktiemiddel. Deze procedure wordt herhaald voor de andere b_i, die betrekking hebben op andere vraagsnelheden per kwartaal of op andere kapaciteiten.