

*Drs. F. M. Tempelaar, Rijksuniversiteit Groningen*

# Over de ondernemingsdoelstelling in de financieringstheorie

## de scheiding van de leiding en eigendom volgens een evenwichtsanalyse van financiële markten

### 1. Inleiding

Een opvallend verschijnsel bij de moderne ontwikkeling van de 'leer van de financiering van ondernemingen' als deeldiscipline binnen de bedrijfseconomie, is de sterk overheersende positie van de micro economische theorie. De theorievorming in het vak sinds de zestiger jaren, zoals die met name vanuit de Verenigde Staten tot ons komt,<sup>1</sup> steunt in hoge mate op het neoklassieke 'denkraam' van de evenwichtsanalyse. In essentie draait het hierbij steeds om het construeren van een situatie waarin er evenwicht op de vermogensmarkt kan (en dus: moet) bestaan, waaruit onder meer implicaties worden afgeleid in de vorm van optimale investerings-, financierings- en dividendbeslissingen van ondernemingen.

In deze gedachtengang is de economie bevolkt door rationele subjecten die, gegeven hun inkomens- en vermogenspositie, aan de hand van hun doelstelling of preferentieschaal een keuze maken uit de beschikbare mogelijkheden (alternatieven). De subjecten worden onderscheiden in twee groepen, t.w.

- a. consumenten-beleggers; zij zijn de eigenaren van het vermogen, en dus tevens de rechthebbenden op de vruchten van productief aangewend vermogen; hun preferenties luiden in termen van huidige en toekomstige consumptie.
- b. producenten-ondernemers; zij dragen zorg voor en beslissen over de productieve aanwending van vermogen (investeringen); in samenhang hiermee beslissen zij tevens over de financiering (compositie van aantrokken vermogen) en over de bestemming van het behaalde restinkomen.

Consumenten-beleggers en producenten-ondernemers ontmoeten elkaar, ook onderling, op de financiële markt. Via deze markt wordt vermogen overgedragen in ruil voor het recht op toekomstig inkomen (vergoeding over en terugbetaling van het beschikbaar gestelde vermogen). Een essentiële bouwsteen – een hoeksteen dus, maar het is wellicht beter te spreken van: *het fundament* – in de theorievorming inzake de ondernemingsfinanciering is het *scheiden van de beslissingen van de producenten-ondernemers van die van de consumenten-beleggers*. Deze scheiding is theoretisch alleen dan mogelijk indien kan worden bereikt dat de producent-ondernemer, zonder kennis van de subjectieve preferenties van de consumenten-beleggers, die investerings- en financieringsbeslissingen neemt die optimaal zijn afge-

stemd op de belangen van deze consumenten-beleggers (zoals die voortvloeien uit hun subjectieve consumptiepreferenties) en die zodoende bijdragen aan het beoogde evenwicht op de financiële markt. Het is deze zelfde financiële markt die volgens de theorie de regulerende kracht teweeg brengt op basis waarvan de afstemming van de ondernemingsbeslissingen op de consumentenpreferenties mogelijk is.

Het onderwerp van dit artikel is de beschrijving en analyse van het microtheoretische afstemmingsmechanisme, dat leidt tot deze scheiding in de besluitvorming: de scheiding van leiding (over het productieve vermogen) en eigendom (van dit vermogen). Er wordt in dit verband wel gesproken van het *separatiebeginsel* (naar analogie van de in de Angelsaksische literatuur gebruikelijke uitdrukking ‘separation theorem’ of ‘separation principle’). In de financiële theorie wordt de evenwichtsanalyse van deze separatie in de regel opgebouwd in twee stappen. In de eerste stap van de analyse wordt – teneinde op gestyleerde wijze het mechanisme bloot te leggen – aangenomen dat er sprake is van volstrekte zekerheid omtrent de toekomstige uitkomsten van huidige beslissingen. In de tweede stap wordt de analyse verruimd door uitdrukkelijk rekening te houden met het bestaan van onzekerheid.

Het vervolg van dit artikel volgt deze stappen. In paragraaf 2 wordt de separatie onderzocht in het geval van volledige zekerheid, waarna in paragraaf 3 het onzekerheidselement wordt toegevoegd. De analyse, met name die onder onzekerheid, wordt vervolgens in paragraaf 4 nader beschouwd en van enkele kanttekeningen voorzien. Het betoog wordt afgesloten met een korte paragraaf 5.

Tot besluit van deze inleiding enkele terminologische opmerkingen. De termen vermogensmarkt en financiële markt worden als synoniemen gehanteerd; hiermee wordt bedoeld op het geheel van factoren dat de overdracht van de beschikkingsmacht over middelen regelt en de prijsvorming ter zake bepaalt. De termen belegger en consument kunnen afwisselend worden gebruikt ter aanduiding van het zelfde subject. Dit geldt, *mutatis mutandis*, ook met betrekking tot de termen producent, ondernemer of onderneming.

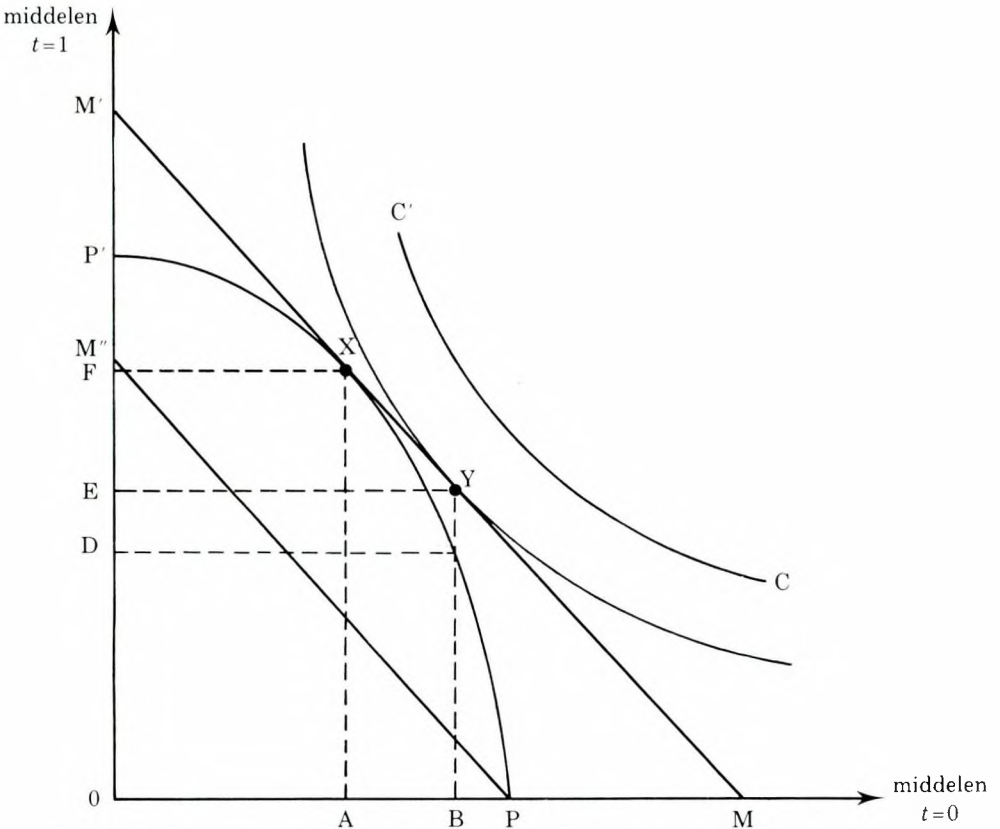
## **2. De separatie in het geval van zekerheid**

De grondslag van de analyse die voert tot de separatie van de financiële ondernemingsbeslissingen en de consumptie-beleggingsbeslissingen is gelegd door Fisher. Deze basis is later door met name Hirshleifer uitgebreid en op heldere wijze samengevat in een één-periode consumptie-investeringsmodel.<sup>2</sup> Dit model wordt in de moderne literatuur in de regel aangevoerd ter ondersteuning van het separatiebeginsel en de erop gebaseerde ondernemingsdoelstelling. Een elementaire grafische voorstelling van dit model wordt onderstaand uiteengezet.<sup>3</sup>

### *2.1 Grafisch analyse voor één periode*

De analyse speelt zich af in een sterk vereenvoudigde micro-wereld. Er zijn slechts twee relevante tijdstippen, het heden ( $t=0$ ) en het einde ( $t=1$ ) van

de periode die na heden begint. Het subject (consument) beschikt over een uitgangspositie in de vorm van een beschikbare hoeveelheid huidige consumptiemiddelen, uitgedrukt in geldeenheden.<sup>4</sup> Zie in de figuur 1 de afstand OP langs de horizontale as. (De verticale as heeft betrekking op consumptiemiddelen aan het einde van de periode; een punt in het vlak beeldt aldus een middelen-‘pakket’ uit dat over de beide tijdstippen is verdeeld).



Figuur 1

Toekomstige consumptie vereist de overbrenging van huidige middelen naar het einde van de periode. Hiertoe zijn er twee mogelijkheden. De eerste verloopt via de productieve aanwending van middelen: een investering op  $t=0$ , resulterend in een output van middelen op  $t=1$ . Grafisch wordt deze mogelijkheid weergegeven door de curve  $PP'$ , de productiecurve of investeringscurve. (Interpretatie: de investering van bijv. het bedrag  $PB$  op  $t=0$  levert op  $t=1$  een bedrag  $OD$  op; de helling van de raaklijn aan de curve meet de marginale investeringsrentabiliteit<sup>5</sup>). De tweede mogelijkheid verloopt via de financiële markt: huidige middelen kunnen worden geruild voor toekomstige middelen, vermeerderd met een vergoeding wegens tijdvoorkeur (interest). Zie de rechte  $PM''$  in figuur 1, aan te duiden als een

marktlijn. Bepalend voor deze rechte is de hellingshoek, die de heersende marktinterestvoet weergeeft.<sup>6</sup>

Transformatie van huidige consumptiemiddelen in toekomstige consumptiemiddelen kan aldus langs twee wegen geschieden: door een beweging langs de investeringscurve en door een beweging langs de marktlijn – dit laatste zou ook in tegengestelde richting kunnen (van  $t=1$  naar  $t=0$ ), d.i. *inlenen* in plaats van *uitlenen*.

De preferenties van de consument worden grafisch weergegeven door een verzameling isonutscurven (zoals de curve  $CC'$  in figuur 1), die de voorkeur voor combinaties van huidige en toekomstige consumptiemiddelen aangeven; hoe verder naar 'rechts-boven' gelegen, des te hoger het nutsniveau van de curve.

In de gepresenteerde grafiek wordt het optimum weergegeven door het punt Y. Dit is het 'intertemporele' *consumptie*-optimum voor het onderhavige subject, gegeven diens initiële positie (in dit geval: het bedrag OP) en gegeven de productie- en de financiële ruilmogelijkheden. De kern van het separatiebeginsel schuilt in het feit dat dit optimum *in twee stappen* wordt bereikt. Allereerst wordt het investeringsoptimum bepaald in X als het raakpunt van de productiecurve met de relevante marktlijn; en vervolgens schuift de consument langs deze marktlijn naar het consumptie-optimum, dat wordt bepaald als het raakpunt met een isonutscurve.<sup>7</sup> De ligging van dit laatste punt is uiteraard afhankelijk van de vorm van de verzameling isonutscurven, welke een weergave is van de subjectieve tijdruimtelijke consumptiepreferentie. Deze zal van consument tot consument kunnen verschillen. Maar hoe deze preferentie ook ligt, de grafiek maakt duidelijk dat het aangegeven *investeringsoptimum* X steeds van toepassing is. Onafhankelijk van de specifieke preferenties is de consument gebaat bij het zover mogelijk naar rechts-boven plaatsen van de relevante marktlijn. Er bestaat *unanimiteit* over het criterium voor de optimale investeringsomvang: deze wordt bereikt in de raaklijn-positie, dat wil zeggen: indien de marginale investeringsrentabiliteit gelijk is aan de marktinterestvoet. Of volgens een equivalent criterium: de optimale investeringsomvang wordt bereikt bij een *maximalisatie van de contante waarde*.<sup>8</sup> Deze heersende unanimiteit onder de subjecten maakt de separatie mogelijk. Dit wordt uiteraard met name relevant als een scheiding wordt aangebracht in de besluitvorming: de ondernemer investeert (produceert), en de consument (= eigenaar van het geïnvesteerde vermogen) belegt en consumeert. De ondernemer dient steeds het belang van de eigenaar-consument, ongeacht diens specifieke preferenties, door te streven naar waardemaximalisatie (waarde = contante waarde). Gegeven de door de onderneming bereikte maximale waarde, kan de consument-belegger vervolgens subjectief de eigen tijdruimtelijke consumptie optimaliseren door middel van transacties op de financiële markt, tegen de heersende interestvoet. En deze zelfde interestvoet vormt voor de ondernemer de leidraad bij het nemen van de investeringsbeslissing (als de kritische waarde voor de investeringsrentabiliteit, c.q. als de disconteringsvoet voor de contante waarde bepaling).

Aldus wordt in essentie het separatiebeginsel gefundeerd, en de hiermee verbonden doelstelling van waardemaximalisatie die ten grondslag ligt aan de theorie van de ondernemingsfinanciering.

Het is van cruciaal belang te benadrukken dat (in de grafische redenering) deze separatie berust op een eenduidig vaststaande en constante helling van de marktlijn. Anders gezegd: de marktinterestvoet is voor de subjecten gegeven en constant, ongeacht de omvang van een financiële transactie (en de heersende interestvoet geldt zowel voor inleen- als voor uitleentransacties). Dit is het geval indien er sprake is van een *volkomen financiële markt* (een *perfecte vermogensmarkt*). Een dergelijke markt wordt gekenmerkt door het ontbreken van elke 'frictie' in het marktproces (geen transactie- en informatiekosten) en het heersen van volledige mededinging tussen de subjecten (hetgeen o.m. impliceert dat de marktprijs, i.c. de interestvoet, voor ieder individueel een gegeven vormt).<sup>9</sup>

## 2.2 Een getallenvoorbeeld

De vraag ligt vervolgens voor de hand wat er met het separatiebeginsel gebeurt indien er sprake zou zijn van onvolkomenheden (imperfecties) op de financiële markt. Dit zou grafisch kunnen worden geïllustreerd,<sup>10</sup> maar in verband met de voortzetting van de gedachtengang in de navolgende paragraaf 3 is het gewenst thans over te gaan op een numerieke illustratie. We gaan uit van de volgende situatie (nog steeds binnen het kader van één periode, en met de aanname van volstreekte zekerheid omtrent de toekomstige bedragen, op  $t=1$ ). Een consument bezit een hoeveelheid huidige middelen ('kas') ten bedrage van 250. En voorts participeert hij in een onderneming, op basis waarvan bij de thans in deze onderneming bestaande investeringsstructuur op  $t=1$  een bedrag van 150 wordt ontvangen. De interestvoet op de financiële markt is 10% (geldend voor de periode van  $t=0$  tot  $t=1$ ). De tijdsafhankelijke consumptiepreferentie van de consument wordt weergegeven door de volgende nutsfunctie:

$$U = U(C_0; C_1) = \ln \left[ \frac{(C_0)^{1,2} \times C_1}{1000} \right]$$

waarin  $C_0$  en  $C_1$  de consumptieve bestedingen zijn op  $t=0$  en  $t=1$ .<sup>11</sup>

In de vermelde uitgangspositie is het nutsniveau van de consument te bepalen als  $U(250;150) = \ln [(754,3 \times 150)/1000] = 4,729$ . De gegevens en deze berekende  $U$ -waarde zijn samengevat in tabel 1.

**TABEL 1**

	Beschikbare middelen		Nutsniveau
	$t=0$ :	$t=1$ :	
Kas	250	0	
Participatie in ondern.	0	150	
Initiële positie	250	150	→ $U = 4,729$
Uitlenen (à 10%)	- 40	+ 44	
	<u>210</u>	<u>194</u>	→ $U = 4,777$ (max.)

In deze tabel is ook aangegeven dat het voor de consument, bij de gegeven uitgangspositie, aantrekkelijk is over te gaan tot een uitleentransactie op de financiële markt (in termen van figuur 1: schuiven naar links-boven langs de relevante marktlijn). Door van de huidige beschikbare middelen 40 over te brengen naar  $t=1$  neemt het nut toe tot  $U(210;194) = 4,777$ ; dit blijkt tevens het maximaal mogelijke nut te zijn, *gegeven* de bestaande investering.<sup>12</sup>

Veronderstel nu dat de onderneming (nog steeds op  $t=0$ , en vóórdat de consument tot de financiële transactie is overgegaan) besluit tot een investering die op  $t=0$  100 vergt, te storten door de consument, en op  $t=1$  120 oplevert voor de consument. De rentabiliteit van deze één-periode investering is 20%, en derhalve zal deze, gelet op de marktinterestvoet van 10%, tot een verhoging van de waarde van de onderneming leiden<sup>13</sup> – en dus zou dit in het belang moeten zijn van onze consument-belegger. Bekijken we dit aan de hand van de nutsfunctie dan blijkt:  $U = U(150;270) = 4,703$ . Zie ook tabel 2, het bovenste gedeelte.

TABEL 2

	Beschikbare middelen		Nutsniveau
	$t=0$ :	$t=1$ :	
Kas	250	0	
Oorspr. participatie	0	150	
Investering	-100	+120	
	150	270	→ $U = 4,703$
Inlenen (à 10%)	+ 66	- 72,6	
	<u>216</u>	<u>197,4</u>	→ $U = 4,828$ (max.)
<i>Met imperfectie:</i>			
Positie na investering	150	270	→ $U = 4,703$
Inlenen (à 50%)	+ 30	- 45	
	<u>180</u>	<u>225</u>	→ $U = 4,740$ (max.)

Deze investering, hoewel duidelijk met een positieve netto contante waarde, leidt in eerste instantie tot een lager nut voor de consument (in vergelijking met de eerder bepaalde  $U(250;150) = 4,729$ ). Maar door een transactie op de financiële markt kan hij een zodanige tijdruimtelijke herverdeling van consumptiemiddelen bewerken, dat per saldo het nutsniveau stijgt (ook ten opzichte van de eerder berekende maximale  $U(210;194) = 4,777$ ). In dit geval is daartoe een *inleentransactie* vereist ad 66 op  $t=0$ . Er resulteert  $U = U(216;197,4) = 4,828$ .<sup>14</sup>

### 2.3 Imperfekte financiële markt

Thans wordt, als een volgende stap in de illustratie, een *imperfectie* op de financiële markt ingevoerd. Veronderstel dat ten gevolge van het bestaan van transactiekosten de interestvoet voor *inlenen* hoger is dan die voor *uitlenen* (deze laatste blijft 10%). Teneinde het effect te accentueren gaan we uit van een hoge inleenvoet, stel: 50%. In het vervolg van de tabel 2 is

aangegeven dat het nu optimaal is (opnieuw: *gegeven* de investering) 30 in te lenen op  $t=0$ . Hetgeen per saldo leidt tot  $U(180;225) = 4,740$  als maximum: een achteruitgang ten opzichte van de uiteindelijke situatie volgens tabel 1. Met andere woorden: de onderhavige investering is thans *niet* in het belang van de consument-belegger. Men zou deze conclusie kunnen ondersteunen met de hoogte van de netto constante waarde van de investering, *nu* bij discontering tegen 50%:  $n.c.w. = 120/(1,50) - 100 = -20$ . Maar wat bepaalt, vanuit de onderneming gezien, of de *inleen*-interestvoet dan wel de *uitleen*-interestvoet moet worden gehanteerd? In het onderhavige geval lijkt het voor de hand te liggen dat het de *inleen*voet is, omdat de beschouwende consument-belegger ten gevolge van deze investering voor zijn eigen optimum in een *inleen*positie geraakt. Maar veronderstel nu dat er ook nog een andere consument-belegger betrokken zou zijn, met dezelfde initiële situatie, maar met een andere subjectieve consumptiepreferentie. We nemen aan dat voor deze consument (II) geldt:

$$U_{II} = \ln \left[ \frac{(C_0)^{0,5} \times C_1}{100} \right]$$

De relevante gegevens en uitkomsten voor deze tweede consument zijn samengevat in tabel 3.

TABEL 3

	Beschikbare middelen		Nutsniveau
	$t=0$ :	$t=1$ :	
Kas	250	0	
Participatie in ondern.	0	150	
Initiële positie	250	150	→ $U_{II} = 3,166$
Uitlenen (à 10%)	-121	+133,1	
	<u>129</u>	<u>283,1</u>	→ $U_{II} = 3,471$ (max.)
<i>Met investering:</i>			
Kas	250	0	
Oorspr. participatie	0	150	
Investering	-100	+120	
	150	270	→ $U_{II} = 3,499$
Uitlenen (à 10%)	-18,2	+20	
	<u>131,8</u>	<u>290</u>	→ $U_{II} = 3,505$ (max.)

Het blijkt dat deze consument er ten gevolge van de investering wel op vooruit gaat. Hij blijft voor het bereiken van zijn consumptie-optimum ook na de investering in een *uitleen*positie. De relevante interestvoet is dan 10%.

Geconfronteerd met deze beide typen consument-belegger is het voor de onderneming niet duidelijk wat te doen met de investering. Er is *geen sprake van unanimititeit* onder de eigenaren-consumenten omtrent de beslissing van de onderneming. *Separatie is nu niet mogelijk*. De kern van het probleem wordt weerspiegeld in het ontbreken van een eenduidige

disconteringsvoet voor de waardebeoordeling van de investering door de onderneming, zulks veroorzaakt door een imperfectie op de financiële markt.

### 3. De separatie in het geval van onzekerheid

Tot dusverre is in de redeneringen steeds uitgegaan van het bestaan van volstreekte zekerheid omtrent de toekomst. Deze veronderstelling wordt thans losgelaten. In het kader van het één-periode model uit de vorige paragraaf leidt dit ertoe dat de op  $t=1$  gedateerde hoeveelheden consumptiemiddelen niet eenduidig vaststaan: in iedere initiële positie en bij iedere productieve transactie (investeringsactiviteit) of financiële transactie is  $C_1$  in principe een onzekere grootte.

#### 3.1 Onzekerheid omtrent de toekomstige toestand

Voor de vormgeving van de onzekerheid wordt in het navolgende gebruik gemaakt van de zgn. 'state of the world'-benadering. Volgens deze benadering<sup>15</sup> wordt elk te beschouwen toekomstig tijdstip in essentie gekenmerkt door het feit dat zich op dat moment één uit vele mogelijke toestanden ('states') kan voordoen. Conceptueel kent ieder toekomstig tijdstip een 'eigen', uitputtende, reeks alternatieve toestanden die op dat tijdstip zouden *kunnen* optreden, waarbij de toestanden elkaar onderling uitsluiten. Het optreden van een bepaalde toestand is onzeker, maar *binnen* iedere toestand wordt met zekerheid bekend geacht welke waarde de voor de beslissers relevante grootheden zullen aannemen. Toegespitst op het één-periode model: de onzekerheid omtrent de op  $t=1$  beschikbare hoeveelheid consumptiemiddelen,  $C_1$ , is een gevolg van de onzekerheid omtrent de toestand, 'state'  $S_1$ , die op  $t=1$  zal heersen. *Gegeven* de toestand is bekend wat de waarde van  $C_1$  zal zijn, al of niet mede afhankelijk van bepaalde huidige activiteiten, zoals investeren en lenen (waarvan het effect binnen elke alternatieve 'state' eenduidig vast staat). De onzekerheid omtrent  $C_1$  berust derhalve uitsluitend op de onzekerheid omtrent het optreden van de 'state' op  $t=1$ . In de regel wordt verondersteld dat de onzekerheid omtrent het optreden van toekomstige toestanden kan worden gekwantificeerd met behulp van waarschijnlijkheden. Dit is echter geen principieel aspect van de benadering.

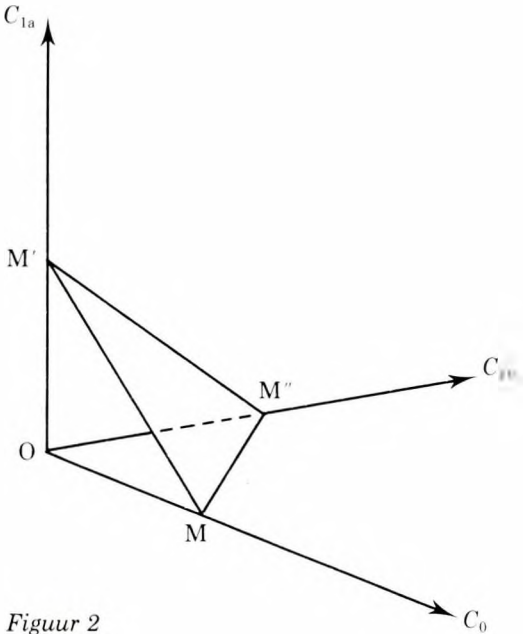
Het analytische voordeel van de vormgeving van onzekerheid met behulp van de 'state of the world'-benadering is dat op betrekkelijk eenvoudige wijze de redenering zoals die is ontwikkeld onder de veronderstelling van zekerheid, kan worden uitgebreid naar een situatie van onzekerheid.<sup>16</sup> Op intuïtieve wijze kan dit worden toegelicht aan de hand van de in paragraaf 2 opgezette grafische redenering inzake de separatie van de investerings- en de consumptie-beleggingsbeslissing.

De eenvoudigste vorm van onzekerheid in het één-periode model is de specificatie van 2 mogelijke alternatieve toestanden op  $t=1$ : resp.  $S_{1a}$  en  $S_{1b}$ , naast de toestand op  $t=0$ :  $S_0$  (die uiteraard met zekerheid bekend is als het heden). In termen van de consumptie impliceert dit dat er sprake is van 3 soorten consumptiemiddelen:  $C_0$ , de huidige consumptie in 'state'  $S_0$ ;  $C_{1a}$ ,



die betrekking heeft op de toekomstige consumptie indien  $S_{1a}$  zich voordoet; en  $C_{1b}$ , betreffende de toekomstige consumptie in 'state'  $S_{1b}$ . Het probleem van de consument-belegger is de verdeling van zijn beschikbare consumptiemiddelen over de drie toestanden, mede gelet op de transformatie mogelijkheden die er voorhanden zijn (investeringen op  $t=0$  die 'state'-afhankelijke outputs opleveren op  $t=1$ , en financiële transacties op  $t=0$  die recht geven op uitkeringen, c.q. verplichtingen tot terugbetalingen op  $t=1$ , al dan niet afhankelijk van de toestand die zich dan voordoet).

Het twee-dimensionele probleem uit subpar. 2.1 wordt nu drie-dimensioneel, zonder dat er in essentie iets verandert. De criteriumfunctie voor de optimale verdeling van middelen in de tijd-ruimte,  $U = U(C_0; C_1)$ , maakt plaats voor een functie  $U = U(C_0; C_{1a}, C_{1b})$  die het criterium geeft voor een optimale verdeling van de consumptiemiddelen over de tijd-toestand-ruimte ('time-state space'). De tijd-toestand-ruimte zou, in termen van consumptiehoeveelheden, grafisch kunnen worden voorgesteld zoals in figuur 2 (vergl. Hirshleifer (1970), p. 247).



Figuur 2

Het vlak  $MM'M''$  is een 'marktvlak' (naar analogie van een marktlijn uit de figuur 1), waarvan de helling ten opzichte van de assen wordt bepaald door de 'state'-afhankelijke interestvoeten. Dit vlak beeldt de financiële transactie mogelijkheden van de consument-belegger uit. Het vlak is evenwijdig verplaatsbaar, afhankelijk van de positie in de ruimte (c.q. op één der assen) van waaruit de financiële transacties plaatsvinden. Het analogon van de productie- of investeringscurve (zie  $PP'$  in figuur 1) is een bolvormig oppervlak dat zich vanuit de oorsprong 0 gezien in de ruimte bolt (de doorsneden met de zijvlakken zijn kromlijinig, vergelijkbaar met de curve  $PP'$  uit figuur 1). Voor de grafische voorstelling van de drie-dimensionele

nutsfunctie  $U = U(C_0; C_{1a}, C_{1b})$  zou men zich een verzameling 'parachute-achtige' iso-nutsoppervlakken kunnen indenken, die in de ruimte tussen de drie assen hangen, met de top naar de oorsprong 0 gekeerd; hoe verder een dergelijk oppervlak van de oorsprong af is gelegen, des te hoger is het bijbehorende nutsniveau. Het drie-dimensionele consumptie-optimum wordt nu gevonden als het raakpunt van een iso-nutsoppervlak met het voor de consument-belegger uiterst bereikbare financiële marktvlak.

Analoog aan de eerder gegeven twee-dimensionele redenering berust de *separatie* thans op het feit dat het in het belang van iedere consument-belegger moet worden geacht dat het bereikbare marktvlak zover mogelijk van de oorsprong verwijderd ligt: het investeringsoptimum ligt in het raakpunt van het bolle productie(investerings-)oppervlak met een marktvlak. Afhankelijk van zijn specifieke tijd-en-toestand-afhankelijke consumptiepreferentie kan elke consument vervolgens naar het eigen consumptie-optimum elders in het marktvlak 'schuiven' door middel van ruiltransacties op de financiële markt. Het investeringsoptimum in de vorm van het raakpunt van het productie-oppervlak met het uiterst bereikbare marktvlak impliceert het bereiken van een maximale waarde van de gezamenlijke investeringen – zij het dat de afleiding van deze conclusie aanzienlijk meer voeten in aarde heeft dan in het geval van volledige zekerheid. Zonder op dit laatste punt nader in te gaan (het doel van de grafische uitbreiding naar een drie-dimensionele redenering is slechts om een intuïtieve verkenning te geven van de implicaties van het onzekerheidsaspect) kan tenslotte de vraag worden gesteld: onder welke voorwaarden kan er sprake zijn van separatie van de besluitvorming omtrent investeringen ten opzichte van die inzake beleggingen en consumptie. Ofwel: onder welke voorwaarden zullen de consumenten-beleggers *unaniem* zijn omtrent waarde-maximalisatie als de ondernemingsdoelstelling. Naar analogie met de betreffende redenering volgens figuur 1 kan worden gesteld dat hiertoe vereist is dat de helling van de verzameling marktvlakken (zoals het vlak  $MM'M''$  in figuur 2) ten opzichte van de drie assen gegeven en constant moet zijn; en voorts moet daar uitdrukkelijk aan worden toegevoegd dat, gegeven een willekeurig uitgangspunt  $(C_0, C_{1a}, C_{1b})$  in de ruimte, het *gehele* marktvlak (dat door het betreffende punt gaat) voor de consument-belegger bereikbaar is. Dit is het geval indien de financiële markt perfect is en er tevens sprake is van een complete markt.

### 3.2 Compleetheid van de financiële markt

Het kenmerk 'completeheid' van de financiële markt heeft betrekking op de breedte van het assortiment aan transactiemogelijkheden op die markt. In de 'state of the world' benadering geredeneerd impliceert een financiële transactie de ruil van huidige middelen voor toekomstige, toestand-afhankelijke middelen (eventueel in negatieve zin, d.i. toekomstige middelen ruilen voor huidige). Het meest eenvoudige ruil'object' is in dit verband een uitkering van 1 geldeenheid op een toekomstig tijdstip  $t$ , die uitsluitend zal worden ontvangen indien één specifiek aangeduide toestand zich op  $t$  voordoet; in alle overige gevallen (bij elke andere toestand en op alle tijdstippen) is de uitkering nihil. Het recht op een dergelijke specifieke

tijd-en-toestand-afhankelijke ontvangst wordt aangeduid als een *primitief beleggingsobject* ('primitive security'), of ook wel als een Arrow-Debreu beleggingsobject.<sup>17</sup> De huidige marktprijs van een dergelijk recht steunt op twee aspecten, nl. de toekomstigheid van de uitkering en de onzekerheid omtrent de toestand waarvan de uitkering afhankelijk is gesteld.<sup>18</sup>

Indien er op de financiële markt – in een situatie van onzekerheid volgens de 'state of the world' gedachtengang – voor elke mogelijke tijdgebonden toestand een aparte Arrow-Debreu belegging voorhanden is, is er sprake van een *complete financiële markt*. Het beleggingsassortiment is compleet, want de consument-belegger kan met betrekking tot elke denkbare toekomstige toestand een financiële transactie aangaan. Door pakketten van Arrow-Debreu beleggingen (zowel 'uitleen'- als 'inleen'portefeuilles, alsook combinaties ervan) te vormen is elke gewenste herverdeling van middelen in-de-tijd-en-over-de-toestanden realiseerbaar. De aanname hierbij van *marktperfectie* impliceert o.m. dat de vorming van dergelijke pakketten zonder transactiekosten kan geschieden; hoe complex de portefeuilles ook worden samengesteld, de consument-belegger heeft slechts te maken met de op de financiële markt heersende interest- en 'risico'-voeten met betrekking tot de relevante 'states'.

De compleetheid<sup>19</sup> van de financiële markt vormt een belangrijke voorwaarde voor de unanimiteit ten behoeve van de separatie. Teneinde dit te illustreren, gaan we thans weer over op een getallenvoorbeeld.

De consumenten-beleggers uit het getallenvoorbeeld van paragraaf 2 zien zich thans geconfronteerd met een initiële verdeling van de consumptiemiddelen volgens tabel 4.

TABEL 4

	<i>Beschikbare cons. middelen</i>		
	<i>t=0:</i>	<i>t=1:</i>	
		$S_{1a}(\varphi=0,4)$	$S_{1b}(\varphi=0,6)$
Kas	250	0	0
Participatie in ondern.	0	<u>225</u>	<u>100</u>
Initiële positie	<u>250</u>	<u>225</u>	<u>100</u>
 Financ. markt:			
Primit. belegging A	-0,364	+1	0
Primit. belegging B	<u>-0,545</u>	<u>0</u>	<u>+1</u>
	-0,909	+1	+1

De op  $t=1$  beschikbare middelen uit hoofde van de participatie in de onderneming zijn afhankelijk van de toestand die zich op  $t=1$  zal voordoen. Er is het eenvoudigste geval aangenomen van alternatieve 'states', resp.  $S_{1a}$  en  $S_{1b}$ , en tevens is een waarschijnlijkheid verondersteld met betrekking tot het optreden van elke toestand (resp. 0,4 en 0,6). Aldus ontstaat een waarschijnlijkheidsverdeling van de beschikbare middelen op  $t=1$  (de verwachte waarde ervan is 150; vergl. ook de initiële positie in tabel 1). In de

tabel 4 zijn tevens de beleggingsmogelijkheden op de financiële markt aangegeven. Voor beide toekomstige 'states' is een primitieve belegging voorhanden: er is sprake van een complete markt. (De markt wordt tevens perfect verondersteld, zodat de primitieve beleggingen ook negatief kunnen zijn, tegen dezelfde prijs). Uit de tabel blijkt tenslotte dat door het samenvoegen van de beide primitieve beleggingen een zékere beleggingsmogelijkheid ontstaat. In de prijs hiervan (0,909 voor een zekere ontvangst ad 1 op  $t=1$ ) ligt een interestvoet besloten van 10%:  $0,909 = 1/(1,10)$ . Dit is de toestand-onafhankelijke tijdvoorkeursvoet<sup>20</sup> (de hoogte ervan komt overeen met de interestvoet uit het voorbeeld van paragraaf 2).

### 3.3 Consumptie keuze onder onzekerheid

Als we de eerste consument-belegger uit paragraaf 2 hier ten tonele voeren (aan te duiden met: subject I), dan rijst de vraag hoe we nu het nutsniveau kunnen bepalen van de tijd-toestand-verdeling van de consumptiemiddelen volgens de initiële positie. In overeenstemming met de micro-economische analyse van het beslissen onder onzekerheid geldt hier de zgn.  $E(U)$ -regel:<sup>21</sup>

$$U(C_0; C_{1a}, C_{1b}) = E(U) = \varphi_{1a} \times U(C_0; C_{1a}) + \varphi_{1b} \times U(C_0; C_{1b}).$$

In feite heeft de consument te maken met twee mogelijke consumptie'pakketten':  $(C_0; C_{1a})$  met een kans  $\varphi_{1a}$ , resp.  $(C_0; C_{1b})$  met een kans  $\varphi_{1b}$ . Het nutsniveau is gelijk aan het kans-gewogen gemiddelde van het nut dat wordt ontleend aan de afzonderlijke consumptiepakketten.

Uitgaande van de eerder gehanteerde nutsfunctie van deze consument I (zie subpar. 2.2) impliceert dit:

$$EU = \varphi_{1a} \times \ln \left[ \frac{(C_0)^{1,2} \times C_{1a}}{1000} \right] + \varphi_{1b} \times \ln \left[ \frac{(C_0)^{1,2} \times C_{1b}}{1000} \right]$$

Gebruik makend van de optel- en vermenigvuldigingsregels voor logaritmen, en na substitutie van  $\varphi_{1a} = 0,4$  en  $\varphi_{1b} = 0,6$  volgt:

$$EU_1 = \ln \left[ \frac{C_0^{1,2} \times C_{1a}^{0,4} \times C_{1b}^{0,6}}{1000} \right]$$

Het nutsniveau van de initiële consumptieverdeling volgens tabel 4 kan dan worden bepaald als  $EU_1 = EU(250; 225, 100) = \ln[104,33] = 4,648$ .

In het eerste gedeelte van tabel 5 is aangegeven dat het voor deze consument, gegeven diens initiële positie, aantrekkelijk is transacties aan te gaan op de financiële markt. De optimale herverdeling van consumptiemiddelen leidt tot  $EU(210; 194, 194) = 4,777$ .<sup>22</sup>

TABEL 5

	Beschikbare cons. middelen		Nutsniveau
	$t=0$ :	$t=1$ :	
		$S_{1a}$	$S_{1b}$
Kas	250	0	0
Participatie	<u>0</u>	<u>225</u>	<u>100</u>
Initiële positie	250	225	100
Belegging in A	+ 11,7	- 32	0
in B	- <u>51,3</u>	<u>0</u>	+ <u>94</u>
	<u>210</u>	<u>194</u>	<u>194</u>
			→ $EU_1 = 4,648$
			→ $EU_1 = 4,777$ (max.)
<i>Met investering:</i>			
Kas	250	0	0
Oorspr. participatie	0	225	100
Investering	- <u>100</u>	+ <u>180</u>	+ <u>80</u>
	150	405	180
			→ $EU_1 = 4,622$
Belegging in A	+ 75,5	-207,6	0
in B	- <u>9,5</u>	<u>0</u>	+ <u>17,4</u>
	<u>216</u>	<u>197,4</u>	<u>197,4</u>
			→ $EU_1 = 4,828$ (max.)

In het tweede gedeelte van tabel 5 wordt, naar analogie met het voorbeeld uit paragraaf 2, het effect van een investering door de consument via de onderneming geïllustreerd. De output op  $t=1$  uit hoofde van deze investering is thans onzeker. (De verwachte waarde ervan bedraagt  $0,4 \times 180 + 0,6 \times 80 = 120$ ; gelet op het investeringsbedrag ad 100 impliceert dit een verwachte rentabiliteit van 20%). Uit de tabel blijkt dat de investering-zonder-meer tot een daling van het  $EU$ -niveau zou leiden. Maar door een aangepaste herverdeling via de financiële markt ondervindt consument I per saldo een stijging van het nutsniveau tot  $EU_1 = 4,828$ .

Tabel 6 toont vervolgens hetzelfde verhaal, maar nu toegepast op de consument-belegger II, zoals die in de vorige paragraaf werd geïntroduceerd.

Voor deze consument geldt (zie subpar. 2.3):  $U = \ln \left[ \frac{(C_0)^{0,5} \times C_1}{100} \right]$ .

Analoog aan de voorgaande redenering met betrekking tot consument I kan worden afgeleid dat voor consument II geldt:

$$EU_{II} = \ln \left[ \frac{C_{II}^{0,5} \times C_{1a}^{0,4} \times C_{1b}^{0,6}}{100} \right]$$

Aan de hand hiervan zijn de waarden van het nutsniveau in de tabel 6 bepaald.

TABEL 6

	Beschikbare cons. middelen		Nutsniveau
	$t = 0$ :	$t = 1$ :	
		$S_{1a}$	$S_{1b}$
Kas	250	0	0
Participatie	<u>0</u>	<u>225</u>	<u>100</u>
Initiële positie	250	225	100
Belegging in A	- 21,1	+ 58,1	0
in B	- <u>99,9</u>	<u>0</u>	+ <u>183,1</u>
	<u>129</u>	<u>283,1</u>	<u>283,1</u> → $EU_{II} = 3,471$ (max.)
<i>Met investering:</i>			
Kas	250	0	0
Oorspr. participatie	0	225	100
Investering	- <u>100</u>	+ <u>180</u>	+ <u>80</u>
	150	405	180
Belegging in A	+ 41,8	- 115	0
in B	- <u>60</u>	<u>0</u>	+ <u>110</u>
	<u>131,8</u>	<u>290</u>	<u>290</u> → $EU_{II} = 3,505$ (max.)

Het is uiteraard voor de hand liggend dat de optimale consumptieverdelingen nu anders zijn dan in het geval van consument I; de beide subjecten hebben verschillende preferenties. Maar ook consument-belegger II gaat er als gevolg van de investering op vooruit. Zonder ons thans te verdiepen in de bepaling van de contante waarde van de onderhavige investering, kan worden geconcludeerd dat beide consumenten-eigenaren *unaniem* zijn met betrekking tot de ondernemingsbeslissing; hetgeen een illustratieve ondersteuning vormt van de separatie in het geval van onzekerheid omtrent de investeringsresultaten.

### 3.4 Incomplete financiële markt

Maar wat gebeurt er met de voorgaande unanimiteit indien de financiële markt *niet compleet* zou zijn? Hiertoe passen we tabel 4 aan: veronderstel dat de primitieve belegging A niet voorhanden is, zodat er geen financiële transacties mogelijk zijn met betrekking tot de toekomstige toestand  $S_{1a}$ . (N.B.: een directe verhandeling van de toekomstige middelen uit hoofde van de participatie in de onderneming, via aan- of verkoop van aandelen, wordt in dit stadium uitdrukkelijk uitgesloten; de verhandeling hiervan kan uitsluitend indirect geschieden, nl. via de voorhanden primitieve beleggingen). Met betrekking tot de belegging B blijft de veronderstelling van een perfecte (deel)markt gehandhaafd.

In de tabel 7 wordt samengevat tot welke gewijzigde consumptie-optima deze incompleetheit van de financiële markt leidt voor beide consumenten, zowel zonder als met de investering.

TABEL 7

	Beschikbare cons. middelen			Nutsniveau
	t=0:	t=1:		
CONSUMENT I		$S_{1a}$	$S_{1b}$	
Initiële positie	250	225	100	→ $EU_I = 4,648$
Belegging in B	- 47	0	+ 86,2	
	<u>203</u>	<u>225</u>	<u>186,2</u>	→ $EU_I = 4,771$ (max.)
<i>Na investering:</i>				
Initiële positie	150	405	180	→ $EU_I = 4,622$
Belegging in B	+ 15,8	0	- 29	→
	<u>165,8</u>	<u>405</u>	<u>151</u>	→ $EU_I = 4,637$ (max.)
				→
CONSUMENT II				
Initiële positie	250	225	100	→ $EU_{II} = 3,085$
Belegging in B	- 111,8	0	+ 205	
	<u>138,2</u>	<u>225</u>	<u>305</u>	→ $EU_{II} = 3,458$ (max.)
<i>Na investering:</i>				
Initiële positie	150	405	180	→ $EU_{II} = 3,417$
Belegging in B	- 37,1	0	+ 68	
	<u>112,9</u>	<u>405</u>	<u>248</u>	→ $EU_{II} = 3,468$ (max.)

Uit de *EU*-waarden in de tabel blijkt (bij vergelijking met de relevante voorgaande tabellen) allereerst dat het ontbreken van een compleet assortiment beleggingsobjecten een nutsverlies voor de consumenten-beleggers betekent. In termen van de grafische voorstelling volgens figuur 2: een deel van de nutsverhogende financiële transacties zijn niet te benutten, omdat het marktvlak nu niet meer in zijn geheel bereikbaar is.<sup>23</sup> Maar wat voor het doel van deze illustratie belangrijker is: de beide consumenten-eigenaren blijken *niet langer unaniem* te zijn omtrent de onderhavige investering door de onderneming (voor subject II is de investering aantrekkelijk, maar voor subject I niet). Er is in dit geval niet voldaan aan de noodzakelijke voorwaarde voor separatie van de investeringsbesluitvorming ten opzichte van de consumptie-beleggingsbeslissing. De ondernemer kan niet beschikken over een eenduidig en subject-onafhankelijk criterium voor de investering. De oorzaak hiervan schuilt in de incompleetheit van de financiële markt.

Indien ten gevolge van een investering door de onderneming de relatieve verdeling van de toekomstige outputs (en dus van de toekomstig beschikbare consumptiemiddelen) over de mogelijke 'states' wordt gewijzigd, kan dit, in een *incomplete* financiële markt, een nieuwe situatie voor de consument-belegger scheppen. Gegeven de heersende incompleetheit van het instrumentarium voor de herverdeling van middelen over de tijd-toestandruimte, kan het zijn dat deze nieuwe situatie voor de betreffende consument een achteruitgang betekent, hoewel de investering in de ogen van anderen en gemeten in (contante) waarde aantrekkelijk is. Omgekeerd is het ook denkbaar dat een investering met een negatieve netto waarde in de ogen van een specifieke consument-belegger aantrekkelijk is, omdat de door de

investering gewijzigde outputverdeling een nieuwe verdeling van consumptiemiddelen (over de tijd-toestand-ruimte) mogelijk maakt, die ten gevolge van de incompleetheid van de markt voorheen uitgesloten was. Een incomplete financiële markt kan aldus een soort 'clientele vorming' voor bepaalde investeringen veroorzaken, die niet verenigbaar is met het separatiebeginsel.

#### **4. Enkele kanttekeningen bij de analyse van het separatiebeginsel**

De bespreking in de voorgaande paragrafen heeft, per saldo, een tamelijk intuïtief karakter, gebaseerd op grafische voorstellingen en toelichtingen aan de hand van cijfervoorbeelden. Er is geen poging gedaan tot een logisch sluitende en formele analyse van de fundering van het separatieprincipe en de ermee samenhangende doelstelling van waardemaximalisatie door ondernemingen. De bedoeling van dit artikel is vooral: te tonen welke gedachtengang er in essentie schuil gaat achter de separatie van de ondernemingsbeslissingen en die van de consumenten-beleggers; te laten zien dat de voor separatie noodzakelijke unanimiteit zou kunnen ontbreken; en vooral: toe te lichten waarom het met die vereiste unanimiteit mis kan gaan. In deze paragraaf wordt 'de boodschap' uit het voorgaande in een ruimer kader geplaatst en in dat ruimere verband van enkele kanttekeningen voorzien.

##### *4.1 Evenwichtsanalyse*

Allereerst dient erop te worden gewezen dat de separatie analyse theoretisch deel uit maakt van een algemene evenwichtsanalyse van financiële markten. Voor zover in het voorgaande over evenwicht is gesproken, betrof het steeds partiële evenwichtssituaties van een individueel subject. In een algemeen evenwichtsmodel dienen dergelijke partiële evenwichten te worden geaggregeerd tot een situatie waarin voor alle subjecten tezamen sprake is van *Pareto optimaliteit*: er is geen alternatieve constellatie van beslissingen, resulterend in een alternatieve verdeling van de beschikbare consumptiemiddelen, mogelijk waarbij geen der subjecten slechter af is en tenminste één subject er op vooruit gaat. De separatie en de ermee samenhangende doelstelling van ondernemingen moet passen in en bijdragen aan dit algemene evenwicht.

Uitgaande van de veronderstelling van zekerheid (zoals in de voorgaande paragraaf 2) en de aanname van een perfecte vermogensmarkt, kan een formeel algemeen evenwichtsmodel worden geconstrueerd, gebaseerd op de gedachtengang van het één-periode consumptie-investeringsmodel zoals dat eerder grafisch werd toegelicht. Een dergelijke algemene evenwichtsanalyse resulteert o.m. in de endogene bepaaldheid van de evenwichtsinterestvoet, die in het partiële model als gegeven en constant werd aangenomen. In het kader van dit algemene evenwicht dienen ondernemingen voor het bereiken van een Pareto-optimale situatie te streven naar waardemaximalisatie, onafhankelijk van de preferenties van individuele consumenten. Vergl. Hirshleifer (1970), hoofdstuk 4.



Tracht men zich een conceptueel beeld te vormen van een algemene evenwichtsanalyse in het geval van onzekerheid, dan blijkt de zaak snel gecompliceerd te raken. De elementaire gedachtengang in de voorgaande paragraaf 3 berust o.m. op de veronderstelling dat de participaties in productieve activiteiten als zodanig niet verhandelbaar zijn. Het loslaten van deze veronderstelling introduceert het financieringsprobleem van ondernemingen in de vorm van de creatie van verhandelbare rechtstreekse 'claims' op de onzekere output van de investeringsactiviteiten. Aldus ontstaan additionele instrumenten voor de tijdruimtelijke (en onzekerheids-) herverdeling van consumptiemiddelen via de financiële markt. Maar tevens roept dit een additioneel evenwichtsvraagstuk op, nl. de analyse door ondernemingen van het optimale assortiment van uit te geven soorten deelbewijzen in het onzekere ondernemingsinkomen.<sup>24</sup>

Het geheel overziende kunnen er drie samenhangende aspecten worden onderscheiden waarop het algemene financiële evenwicht betrekking heeft.

- (1) Het investeren door ondernemingen: de productieve aanwending van huidige middelen, die resulteert in de output van (onzekere) toekomstige middelen.
- (2) De financiering van ondernemingen: het aantrekken van de productief aan te wenden middelen, resulterend in een assortiment van rechten ('claims') op de onzekere toekomstige middelen-output.
- (3) Het beleggen door consumenten: de tijdruimtelijke (en onzekerheids-) herverdeling van de huidige en toekomstig beschikbare middelen door de vorming en aanpassing van portefeuilles van beleggingsobjecten (d.z. de 'claims', in directe of indirecte zin, op de outputs van ondernemingen): deze herverdeling via belegging is gericht op een tijdruimtelijke spreiding van consumptie.

In een micro-economische wereld *met een perfecte en complete vermogensmarkt* kan dit complexe geheel conceptueel hanteerbaar worden gehouden door de geldigheid van separatieprincipes: de consumptie-beleggingsbeslissingen (3) kunnen worden gescheiden van de ondernemingsbeslissingen (1+2); en binnen de ondernemingsbeslissingen is weer een scheiding mogelijk van de investeringsbesluitvorming (1) ten opzichte van de financieringsbeslissingen (2).<sup>25</sup> Er ontstaat aldus het volgende beeld. Ondernemingen nemen optimale investeringsbeslissingen, resulterend in een maximale (contante) waarde. Via de creatie van een complete mix van financieringsinstrumenten/beleggingsobjecten wordt de waarde van ondernemingen in verhandelbare vorm doorgegeven naar de beleggingsmarkt. En gegeven het complete aanbod van beleggingsobjecten nemen de consumenten-beleggers optimale portefeuillebeslissingen, gericht op een optimale spreiding van hun consumptiemogelijkheden (spreiding in termen van tijd en onzekerheid). De subjectieve consumptiepreferenties die hierbij bepalend zijn, zijn voor de ondernemingen irrelevant. Zij dienen 'slechts' te streven naar waardemaximalisatie op basis van de signalen van de financiële markt. Het ontbreken van marktperfectie en/of -completeheid tast de separatie evenwel aan, zoals in de subparagraaf 3.4 in een eenvoudige analyse van het verband tussen de beslissingen (1) en (3) werd geïllustreerd.

#### 4.2 Compleetheid en 'spanning' op de vermogensmarkt

In de voorgaande paragraaf 3 is in de gedachtengang van het 'state of the world' model een complete financiële markt omschreven als een markt waarop voor *elke* te onderscheiden toekomstige 'state' (lees: combinatie van toekomstig tijdstip en alsdan heersende toestand) een Arrow-Debreu belegging verhandelbaar is. We duiden dit thans aan als een Arrow-Debreu complete markt.

In de literatuur kan ook veelvuldig een andere omschrijving van compleetheid worden aangetroffen. In deze omschrijving wordt de onzekere opbrengst uit hoofde van een belegging (of investering) gekarakteriseerd als een vector. Elk element van de vector heeft betrekking op een bepaalde tijd-toestand combinatie. De waarde van een vector-element geeft het bedrag aan dat uit hoofde van de bewuste belegging zal worden ontvangen indien op het betreffende tijdstip de betreffende toestand zich zou voordoen. Een vector-element kan uiteraard nihil zijn.

Op basis van deze voorstelling van zaken wordt de financiële markt compleet genoemd indien het aantal op de markt aanwezige verschillende beleggingsobjecten met onderling lineair-onafhankelijke opbrengstvectoren tenminste gelijk is aan het aantal te onderscheiden 'states' (tijdstip-toestand combinaties).<sup>26</sup> Lineaire afhankelijkheid en onafhankelijkheid zijn wiskundige eigenschappen van vectoren. Zonder op de wiskundige aspecten in te gaan, kan de volgende economische karakteristiek worden gegeven: indien de opbrengstvector van een bepaald beleggingsobject lineair onafhankelijk is ten opzichte van de opbrengstvectoren van alle overige beleggingsobjecten, dan is het niet mogelijk deze specifieke opbrengstconfiguratie (verdeling over tijdstippen en toestanden) te dupliceren door middel van welke combinatie (portefeuille) dan ook van de genoemde overige beleggingsobjecten. Anders gesteld: beleggingsobjecten met onderling lineair-onafhankelijke opbrengstvectoren zijn in feite redundant. De situatie waarin voldaan is aan de aldus geformuleerde voorwaarde voor een complete vermogensmarkt wordt ook wel aangeduid als een situatie van volledige 'spanning'. Haley en Schall (1979), p. 222: 'the securities 'span' the time-state space over all states and all dates'.

Vergelijken we deze omschrijving van de complete financiële markt met de eerder aangeduide Arrow-Debreu complete markt, dan blijkt dat Arrow-Debreu compleetheid een speciaal geval is. Immers de opbrengstvectoren van primitieve beleggingen zijn per definitie onderling onafhankelijk; en op een Arrow-Debreu complete financiële markt zijn exact evenveel verschillende primitieve beleggingsobjecten als er te onderscheiden 'states' zijn. De ruimere definitie van marktcompleetheid wordt relevant indien de directe verhandelbaarheid van 'claims' op de output van ondernemingen wordt geïntroduceerd (zoals in de vorige subparagraaf 4.1 geschiedde). De opbrengst-vectoren van dergelijke claims zullen in de regel gecompliceerder zijn dan die van primitieve beleggingsobjecten. (In dit verband zij overigens opgemerkt dat elke complexe opbrengstvector steeds is te herleiden tot de aggregatie van een aantal primitieve opbrengstvectoren).

De eerdere conclusie was dat voor het bestaan van unanimiteit ten behoeve van de separatie sprake moet zijn van een complete *en perfecte* vermogensmarkt. Perfectie impliceert o.m. de afwezigheid van transactiekosten, en schept dientengevolge de mogelijkheid van kosteloze ‘opdeling’ van bestaande opbrengstvectoren. (Een belegger kan één element uit de opbrengstvector van een in zijn bezit zijnde belegging afzonderlijk verhandelen door, met als ‘onderpand’ de bewuste belegging, zelf een nieuw Arrow-Debreu beleggingsobject uit te geven dat betrekking heeft op dezelfde ‘state’ als die waarom het gaat bij het eerder genoemde vectorelement. De belegger treedt hier in feite op als een financiële intermediair. Uiteraard zou dit ook kunnen geschieden door de onderneming die het oorspronkelijke beleggingsobject heeft uitgegeven). Het is dan in principe mogelijk een volledige verzameling Arrow-Debreu beleggingsobjecten te genereren met betrekking tot *alle* ‘states’ waarvoor in de één of andere reeds bestaande opbrengstvector een element met positieve waarde voorkomt. Maar dit betekent dan dat, gegeven een *perfecte* vermogensmarkt, steeds tevens een *complete* vermogensmarkt kan worden bereikt; *tenzij* voor bepaalde ‘states’ in geen enkele opbrengstvector een element ongelijk aan nul voorhanden is, c.q. toestand-afhankelijke opbrengsten of de rechten daarop naar hun aard niet overdraagbaar zijn.

Dit leidt tot de volgende conclusie met betrekking tot de geldigheid van het separatiebeginsel.<sup>27</sup> Er is sprake van unanimiteit onder de consumenten-beleggers ten aanzien van een waardeverhogende (of -maximerende) investering van een onderneming indien de vermogensmarkt *perfect* is en indien de opbrengstvector van die investering *geen* wijziging brengt in de bestaande ‘spanning’ op de vermogensmarkt. Deze laatste voorwaarde is trivaal indien vóór de bedoelde investering de markt reeds compleet is; er valt dan immers niets meer toe te voegen aan het beschikbare assortiment van instrumenten voor de tijd(-en-toestand)-ruimtelijke herverdeling van middelen. De voorwaarde wordt evenwel belangrijk indien de ‘spanning’ op de vermogensmarkt zónder de bedoelde investering onvolledig is, ondanks de heersende marktperfectie. De voorwaarde zegt dan in feite dat de bestaande incompleetheid van de financiële markt ongewijzigd moet blijven ten gevolge van de investering van de onderneming.<sup>28</sup> In het licht van de illustratie uit de voorgaande paragraaf 3 zal de essentie van deze voorwaarde duidelijk zijn: unanimiteit aangaande waardemaximalisatie is gewaarborgd zolang er geen mutatie optreedt in het relatieve patroon van alle bereikbare tijd(-en-toestand)-ruimtelijke consumptieverdelingen. Bij dit alles blijft de veronderstelling van een perfecte vermogensmarkt een voorwaarde.

## 5. Slotopmerking

De lezer die tot op dit punt is gevorderd, heeft zich intussen wellicht meermalen afgevraagd in hoeverre dit alles verband kan houden met de praktijk van het financiële management van ondernemingen of, bijvoorbeeld, met de beroepsuitoefening van accountants. Dit verband is uiteraard slechts indirect, maar niettemin onmiskenbaar aanwezig.

De analyse in dit artikel betreft het *fundament* van de theorie van de

ondernemingsfinanciering. Het concept van de gekapitaliseerde waarde, de contante waarde, als maatstaf voor de beoordeling van economische activiteit staat centraal in de theorie. De *normatief* geformuleerde doelstelling van de waardemaximalisatie door ondernemingen vormt de basis van de moderne theorie van de ondernemingsfinanciering, een basis die berust op de pijler van de separatie in het kader van een Pareto-optimaal evenwicht. Aantasting van deze pijler ondergraaft de basis en dientengevolge de gehele bovenbouw en de daarop gebaseerde praktische implicaties. Dergelijke implicaties ontwikkelen zich in de loop van de tijd niet alleen op het gebied van de praktische investeringsbeoordeling en de financieringskeuze, maar bijvoorbeeld ook op het terrein van de financiële verslaggeving (men denke o.m. aan de invloed van het theoretische waarde-begrip op toegepaste waarderingsregels). Ook voor de practicus is het van belang van tijd tot tijd de hechtheid van het theoretische fundament te (laten) inspecteren.

### Noten

1 Een representatief beeld van deze theorievorming wordt bijvoorbeeld gegeven door de verzameling artikelen in: Archer en d'Ambrosio (1983); of in: Jensen en Smith (1984).

2 Vergl. Fisher (1930), met name de hoofdstukken VI en XI (zie i.h.b. pag. 271); en: Hirshleifer (1958), afgedrukt in: Archer en d'Ambrosio (1983).

3 Deze beknopte uiteenzetting is o.m. gebaseerd op een uitgebreide en heldere bespreking in: Hirshleifer (1970), hoofdstuk 2. Voor een nadere toelichting zij hiernaar verwezen; zie voorts ook: Fama en Miller (1972), hoofdstuk 2. Voor de onderhavige samenvatting is mede gebruik gemaakt van: Schipperlijn en Tempelaar (1978), pp. 932-934.

In dit verband zij ook gewezen op een recente publicatie van Rietkerk. Bij oppervlakkige beschouwing lijkt het onderhavige artikel gedeeltelijk parallel te lopen met dat van Rietkerk. Het draait hier echter om een geheel andere probleemstelling, en voorts zal met name de bespreking van het onzekerheidsaspect sterk afwijkend blijken. Zie: Rietkerk (1984).

4 In de fundamentele versie van het model speelt geld geen rol. Het gaat uitsluitend om consumptie-eenheden, waarop uiteindelijk de preferenties van subjecten zijn gebaseerd. Zie bijvoorbeeld: Hirshleifer (1970), p. 32.

5 Nauwkeuriger: deze helling is  $-(1+mr)$ , waarin  $mr$  = de rentabiliteit van de laatst geïnvesteerde geldeenheid (behorend bij het raakpunt van de curve). De vorm van de curve impliceert aldus een daling van de rentabiliteit (zowel marginaal als gemiddeld) bij een vergroting van het totale investeringsbedrag.

6 Ook hier geldt, nauwkeuriger: de hellingshoek is  $-(1+i)$ ;  $i$  = interestvoet. Het is van belang in te zien dat in feite het gehele vlak kan worden bestreken door een verzameling evenwijdige marktlijnen. Anders geformuleerd: vanuit elke positie (punt in het vlak) kan een herverdeling van middelen in de tijd worden bewerkt via transacties op de financiële markt.

7 Merk op dat er in het onderhavige geval in het optimum sprake is van een inleentransactie via de financiële markt; er wordt op  $t=0$  AB geleend en uit hoofde hiervan wordt op  $t=1$  een bedrag EF terugbetaald.

Per saldo bedraagt de optimale consumptie op  $t=0$ :  $OB (=OP-PA+AB)$  en op  $t=1$ :  $OE (=OF-EF)$ .

8 De contante waarde is grafisch af te lezen vanuit het snijpunt van de marktlijn met de horizontale as. De maximale contante waarde van de investeringen is in het onderhavige geval gelijk aan de afstand MA. Deze volgt uit de discontering van de output op  $t=1$  volgens het punt X,  $OF (=AX)$ , naar  $t=0$  tegen de marktinterestvoet. Er geldt immers:  $OF/AM = -(1+i)$ , d.i. de hellingshoek van de marktlijn; ofwel:  $MA = OF/(1+i)$ . Aangezien het investeringsbedrag in dit geval gelijk is aan de afstand PA, kan de afstand MP  $(=MA-PA)$  worden aangeduid als de bereikte (maximale) netto contante waarde.

9 Dit is een summierere omschrijving van de kenmerken van een perfecte markt. Een nadere toelichting en literatuurverwijzing is te vinden in: Tempelaar en Overmeer (1983). Aldaar wordt o.m. ook ingegaan op de verwarring die er in de financieringsliteratuur kan worden aangetroffen omtrent de voorwaarden voor marktperfectie.

10 Vergl. bijvoorbeeld: Hirshleifer (1970), hoofdstuk 7. Zie ook: Schipperlijn en Tempelaar (1978), pp. 934-935.

11 Bij deze logaritmische nutsfunctie  $(\ln)$  duidt op de natuurlijke logaritme, grondtal  $e$ ) geldt:  $C_0 > 0$  en  $C_1 > 0$ .

De aldus geformuleerde U-functie past binnen het kader van de micro-economische analyse van de consumptiekeuze. De functie impliceert o.m. 'niet-verzadiging' (U is monotoon stijgend bij toeneming van  $C_0$  en  $C_1$ ) en 'afnemend marginaal nut' (de functie is degressief stijgend). Vergl. bijvoorbeeld: Fama en Miller (1972), hoofdstuk 1 (pp. 5-11, 19-20).

12 Toelichting: hiertoe is de extreme waarde bepaald van de U-functie, onder de beperking dat  $C_1 = 150 + (250 - C_0) \times (1,10)$ . Het leenbedrag volgt uit de optimale waarden van  $C_0$  en  $C_1$  (de uitkomst is afgerond).

13 De netto waardeverhoging is gelijk aan de netto contante waarde van de investering: n.c.w. =  $120/(1,10) - 100 = +9,09$ .

14 Ook hier geldt dat dit het maximaal mogelijke U-niveau is, gegeven de thans geldende investering. Analooq aan het gestelde in noot 13 gaat het hier om de extreme waarde van U onder de beperking  $C_1 = 270 + (150 - C_0) \times (1,10)$ .

Merck op dat er niet wordt gesproken over een optimale investeringsomvang. Het voorbeeld strekt niet zover dat de gegevens hiertoe voorhanden zijn. Maar dit is ook niet nodig voor de bedoelde illustratie. Van belang is dat het gaat om een investering met een positieve netto contante waarde; op grond van de separatie zou moeten blijken dat deze investering in het belang van alle consumenten-beleggers is.

15 De hier gegeven toelichting wordt beperkt tot datgene wat van belang is voor het vervolg van de redenering. Een uitgebreide toelichting op deze benadering en de ermee verbonden analyse van de preferenties van subjecten (in dat verband wordt ook wel gesproken van de 'state-preference' benadering) is bijvoorbeeld te vinden in: Hirshleifer (1970), hoofdstuk 7; of in: Copeland en Weston (1983), hoofdstuk 5. Zie ook: Myers (1968), afgedrukt in: Archer en d'Ambrosio (1983).

16 Dit argument wordt reeds genoemd in: Debreu (1959), zie p. 98.

Een alternatieve benadering van het onzekerheidsaspect, die in de financierings- en beleggingsliteratuur zeer frequent wordt gevolgd, is de zgn. E, $\sigma$ -benadering ('mean-variance approach'). Een bekende toepassing hiervan leidt tot het portefeuille-selectie model en het hierop gebaseerde CAPM ('capital asset pricing model'); vergl. o.m. de bijdragen van Bouma en van Overmeer in dit nummer. Er zal in dit artikel geen poging worden gedaan de toepassing van beide benaderingen op elkaar te herleiden. Volstaan wordt met de volgende karakterisering: '... the state-preference framework ... (is generally) used as a way of looking at problems. This is one of the great values of the state-preference approach. Most empirical work and empirically oriented illustrations utilize the second approach toward uncertainty ... the mean-variance ... approach'. Uit: Copeland en Weston (1979), p. 98.

17 Naar K. J. Arrow en G. Debreu, die als de grondleggers worden beschouwd van de evenwichtsanalyse van het investerings- en beleggingsvraagstuk volgens een 'state of the world' benadering. Zie: Arrow (1964) en Debreu (1959).

18 Daarnaast zou ook een eventuele toestand-afhankelijke schaarste nog een aparte invloed op de prijs kunnen hebben. Als we hiervan afzien, kan worden gesteld dat de uit de huidige prijs af te leiden toestand-afhankelijke interestvoet bestaat uit de zuivere tijdvoorkeursvoet en een premie wegens de onzekerheid van de betreffende toestand.

19 Over het begrip compleetheid valt meer te zeggen. In de subparagraaf 4.2 komt het nogmaals aan de orde; dan zal o.m. blijken dat de thans beschreven vorm een speciaal geval is.

Voor een uitgebreide toelichting van het compleetheidsbegrip en de achterliggende conceptie kan worden verwezen naar bijv.: Haley en Schall (1979), pp. 221-224; of: Hirshleifer (1970), hoofdstuk 9. Zie ook: Tempelaar en Overmeer (1983).

20 De toestand-afhankelijke interestvoet van de primitieve belegging A volgt uit:  $1/(1+i_{1a}) = 0,364$ ; d.i.  $i_{1a} = 175\%$ . Met betrekking tot de belegging inzake toestand  $S_{1b}$  geldt:  $1/(1+i_{1b}) = 0,545$ ; d.i.  $i_{1b} = 83,3\%$ .

21 Zie bijvoorbeeld: Fama en Miller (1972), hoofdstuk 5; of: Hirshleifer (1970), hoofdstuk 8. Hiertoe is de extreme waarde van de EU-functie bepaald, onder de beperking  $C_0 = 250 + (225 - C_{1a}) \times 0,364 + (100 - C_{1b}) \times 0,545$ ; de uitkomst is enigszins afgerond. (Opgemerkt zij dat in alle navolgende gevallen waarin het gaat om de afleiding van een optimale consumptieverdeling, steeds een soortgelijke EU-maximalisatie procedure wordt gevolgd).

Het is niet toevallig dat de consument hier kiest voor een 'zekerheidsoplossing' inzake  $C_1$ . Dit berust o.m. op het feit dat de in het voorbeeld gegeven prijzen op  $t=0$  van de beide primitieve beleggingsobjecten in een vaste verhouding staan tot de waarschijnlijkheden van de beide 'states'; vergl. Hirshleifer (1970), hoofdstuk 8 (i.h.b. pag. 234). Gegeven het feit dat de consument hier kiest voor een consumptiepakket dat voor  $t=1$  een situatie van zekerheid creëert, is het vervolgens niet toevallig dat het aldus bereikte optimum exact overeenkomt met het vergelijkbare geval volgens het voorbeeld uit paragraaf 2 (zie tabel 2).

23 In dit concrete geval: in elk marktvlak is nu uitsluitend één rechte lijn te benutten, nl. de rechte in het vlak die evenwijdig aan het grondvlak (immers:  $C_{1a} = \text{constant}$ ) door het ruimtelijke punt gaat van waaruit de herverdeling van consumptiemiddelen start.

24 Vergl. ook de uitgebreide discussie in de literatuur aangaande de vermogensstructuur van ondernemingen (de belangrijke bijdragen aan deze discussie zijn bijv. te vinden in: Archer en d'Ambrosio (1983), part IV). Er kan in dit verband worden gesproken van een tweede separatiebeginsel; dit betreft de scheiding van financierings- en investeringsbeslissingen in ondernemingen. Ook hier blijkt de aanname van marktperfectie centraal te staan. Zie bijv. Fama en Miller (1972), hoofdstuk 4.

Voorts wordt in de literatuur, in het kader van de beleggingsanalyse, ook gesproken van een zgn. 'two fund separation' en een 'portfolio separation'. Zie bijvoorbeeld: Copeland en Weston (1983), pp. 122-123.

25 Marktperfectie impliceert in dit verband tevens de afwezigheid van belastingheffing, investeringssubsidies, e.d.

Zie ook de voorgaande noot 24 (het tweede separatiebeginsel).

26 Vergl. Haley en Schall (1979), p. 222. Dit compleetheidsbegrip wordt o.m. geanalyseerd in: Tempelaar en Overmeer (1983). De navolgende bespreking is gedeeltelijk hieraan ontleend. Voor nadere details en literatuurverwijzing wordt naar deze publicatie verwezen.

27 De onderhavige weergave van de discussie rond de voorwaarden voor unanimiteit, separatie en waardemaximalisatie blijft per saldo erg beperkt. Er bestaat een omvangrijke literatuur omtrent dit vraagstuk. Een beknopt overzicht hiervan is bijvoorbeeld te vinden in: De Angelo (1981).

28 In de literatuur die dit vanuit een  $E, \sigma$ -benadering van de onzekerheid beziet, wordt deze voorwaarde in de regel als volgt geformuleerd: er is steeds een volmaakt substituuat op de vermogensmarkt voorhanden voor elke (nieuwe) opbrengststroom die de onderneming kan creëren; substitueerbaarheid heeft in dit verband o.m. betrekking op de risico-karakteristiek van de opbrengst. Vergl. bijvoorbeeld: Fama en Miller (1972), pp. 150-151 en vooral p. 177.

Voor de volledigheid zij nog opgemerkt dat het vraagstuk van de unanimiteit uiteraard ook speelt met betrekking tot de financieringsbeslissing van de onderneming. In de opzet van dit artikel is de bespreking bewust zoveel mogelijk beperkt tot de investeringsbeslissing. Waar nodig is derhalve (impliciet) aangenomen dat de financiering van ondernemingen uitsluitend door middel van eigen vermogen kan geschieden. Een bijkomend effect van deze aanname is, dat er geen probleem kan ontstaan vanwege een optredend verschil tussen netto waardemaximalisatie van de investeringen van de onderneming en netto waardemaximalisatie voor de verschaffers van het eigen vermogen (vergl. bijvoorbeeld: Fama en Miller (1972), pp. 179-180).

## Aangehaalde literatuur

- Archer, S. H., en C. A. d'Ambrosio (eds.), 1983, *The theory of business finance: a book of readings*, New York: Macmillan Publ. Co.
- Arrow, K. J., 1964, 'The role of securities in the optimal allocation of risk-bearing', *Review of Economic Studies*, vol. 31 (april).
- Copeland, T. E., en J. F. Weston, 1983 (en 1979), *Financial theory and corporate policy*, Reading (Mass.): Addison-Wesley (2e, resp. 1e druk).
- DeAngelo, H. C., 1981, 'Competition and unanimity', *The American Economic Review*, vol. 71 no. 1 (maart).
- Debreu, G., 1959, *The theory of value*, New Haven/London: Yale Univ. Press.
- Fama, E. F., en M. H. Miller, 1972, *The theory of finance*, New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Fisher, I., 1930, *The theory of interest*, New York: Macmillan Co.; herdruk 1977, Philadelphia: Porcupine Press.
- Haley, C. W., en L. D. Schall, 1979, *The theory of financial decisions*, New York: McGraw-Hill Book Co.
- Hirshleifer, J., 1958, 'On the theory of optimal investment decision', *The Journal of Political Economy*, vol. LXVI no. 4 (augustus); herdrukt in: Archer en d'Ambrosio (1983).
- Hirshleifer, J., 1970, *Investment, interest and capital*, Englewood Cliffs (N. J.): Prentice-Hall.
- Jensen, M. C., en C. W. Smith (eds.), 1984, *The modern theory of corporate finance*, New York: McGraw-Hill Book Co.
- Myers, S. C., 1968, 'A time-state-preference model of security valuation', *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. III no 1 (maart); herdrukt in: Archer en d'Ambrosio (1983).

- Rietkerk, G., 1984, 'De maatschappelijke betekenis van financiële markten', in: A. Klaassen e.a. (red.), *Het financiële systeem*, Leiden/Antwerpen: Stenfert Kroese.
- Schipperijn, J. A., en F. M. Tempelaar, 1978, 'Theorie van de investeringsselectie', *Economisch statistische berichten*, jrg. 63 no. 3171 (13 sept.).
- Tempelaar, F. M., en J. M. Overmeer, 1983, 'Over efficiëntie, perfectie en compleetheid van de vermogensmarkt in de financierings- en beleggingstheorie', in: A. C. C. Herst e.a. (red.), *Financiering en belegging, stand van zaken anno 1983*, Rotterdam: Erasmus Universiteit.