DE BETEKENIS VAN DE SIMULATIEMETHODE VOOR DE NATUURWETENSCHAPPEN

door Prof. Dr. Ir. L. Kosten

Wanneer we simulatie omschrijven als het doelbewust gebruik maken van aanwezige of kunstmatig veroorzaakte overeenkomsten of analogieën, dan denkt men hierbij natuurlijk in de eerste plaats aan de levende natuur. Daar het noch de bedoeling van de redactie, noch de competentie van schrijver is om hier ook de wetenschappen van de levende natuur in het onderwerp te betrekken, zullen we ons beperken tot de exacte wetenschappen, waarbij we doelbewust de wiskunde - géén natuurwetenschap - binnen smokkelen. Dat we dit doen vindt zijn oorzaak in het feit dat de wiskunde meer dan welke andere wetenschap van analogieën gebruik maakt. De eenvoudigste analogieën betreffen vorm en aantal. Al naar gelang van de mate van overeenkomst heeft men hier zelfs een reeks benamingen voor als „congruent", „gelijkvormig" of „isomorph" (vgl. figuur 1).

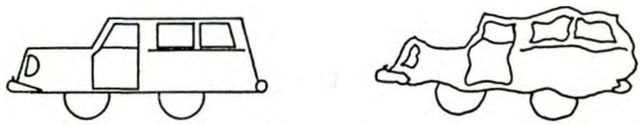

Fig. 1: isomorphie

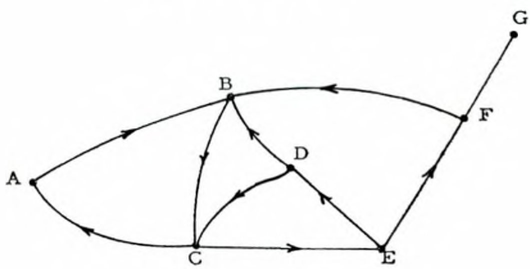

Fig. 2: wegenplan

Er bestaat een tendentie om meetkundige (topologische) begrippen als de aard van samenhangen in figuren per analogie algebraisch weer te geven. Zo kan men het wegenplan uit figuur 2, waarin een pijl éénrichtingverkeer betekent, ook weergeven door een *relatiematrix*

naar / van	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	1	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	1	0
F	0	1	0	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	1	0

Laat nu gevraagd worden of er een weg van G naar E loopt en zo ja hoe. In een ingewikkelde meetkundige configuratie kan dit gecompliceerd zijn. Men doet dit dan of visueel met gebruik van intuïtie of stelselmatig met een afturfsysteem. Dit laatste nu is volkomen equivalent met bepaalde stelselmatige bewerkingen op de relatiematrix. Hiermee is de weg aangegeven om dergelijke vragen met de rekenautomaat te behandelen. De algebraisering van de meetkunde is een soort simulatie die in de moderne tijd hoe langer hoe belangrijker wordt.

Wenden we ons thans tot de natuurkunde en de techniek. Als concreet voorbeeld nemen we het geval waarin het aerodynamisch gedrag van (bepaalde onderdelen van) een nieuw vliegtuigtype bepaald moet worden. In principe staan hier open de wegen van meting en van berekening. Voor meting is vereist dat het nieuwe vliegtuig (onderdeel) reeds bestaat. Dit is in de ontwerpfase nog niet het geval.

Voor berekening is nodig dat men van het ontworpen vliegtuig (onderdeel) een zgn. *wiskundig model* heeft. Dit is een samenstel van (differentiaal) vergelijkingen of anderszins dat het gedrag volgens de bekende natuurwetten voldoende nauwkeurig beschrijft. Hier komt men in een soort impasse. Maakt men het wiskundig model te mooi, dan kan men er vrij zeker van zijn dat het vergelijkingenstelsel zó gecompliceerd is, dat oplossen tot de onmogelijkheden behoort. Maakt men anderszijds het model te grof, dan treedt *oversimplificatie* op: de oplossing van het vergelijkingenstelsel geeft de werkelijkheid onvoldoende weer.

Zowel bij het volgen van de weg via metingen als via berekeningen kan simulatie van betekenis zijn. Indien in de ontwerpfase het vliegtuig nog niet beschikbaar is, kan men metingen verrichten in de *windtunnel* met een *schaalmodel* (in de scheepsbouw geschiedt dit in de *sleeptank*). We kunnen op dit soort simulatie niet verder ingaan. De moeilijkheden zijn echter vele. Het is nl. niet voldoende de lineaire afmetingen op schaal te verkleinen. Er moet tevens worden vastgesteld in welke proportie snelheden, krachten e.d. wijzigen. Bovendien is het bij kleinere modellen moeilijker om beïnvloeding van het systeem door de meting zelve tegen te gaan.

Bij berekeningsmethoden kan het gebruik van digitale rekenmachines dikwijls op gelukkige manier vervangen of gecompleteerd worden door gebruik van *analoge rekenmachines*. Hierin worden de variabelen uit de berekeningen gesimuleerd door physische grootheden en de wiskundige relaties tussen de variabelen door physische verbanden tussen de physische grootheden. Het voordeel boven de digitale methoden is dat het repertoire der simuleerbare relaties uitgaat boven de rekenkundige hoofdbewerkingen en b.v. ook differentiatie en integratie toelaat (vgl. de gewone kilowatturen-meter). Hierdoor wordt grotere flexibiliteit verkregen (ten koste van de nauwkeurigheid).

Er zijn ook gevallen waar het wiskundig model essentieel toevalsgrootheden (stochastische variabelen) bevat. Als eerste voorbeeld nemen we een kernreactor, waar men geïnteresseerd is in het gedrag van de neutronen. Men is vrij goed op de hoogte van de wetten van botsing en splitsing van deze deeltjes. Hierdoor kan men het gedrag ervan, *stochastisch gezien*, als bekend veronderstellen. Men is echter niet geïnteresseerd in het gedrag van één deeltje, doch in het overall-beeld van het gedrag van vele deeltjes. Een idee hiervan kan men verkrijgen door het bewegingspatroon van één of een bescheiden aantal deeltjes te simuleren en hiervan het gemiddelde over de tijd als overall-beeld te nemen. Een zelfs summiere beschrijving van zo'n simulatieproces is zonder gedetailleerde physische voorkennis onmogelijk. Het volgende technologische voorbeeld is in dit opzicht gunstiger.

In een fabriek zijn *N* identieke machines in gebruik. Deze geraken af en toe defect en worden dan door één reparateur gemaakt in de volgorde, waarin ze defect werden, dus één tegelijk. De tijden tussen twee reparaties van één machine (dus de nuttige tijd) is niet constant. Bekend is de kans $F(t)$ dat de nuttige tijd kleiner dan t is. Ook de reparatietijden zijn niet constant. Gegeven is de kans $G(t)$ dat de reparatietijd onder t ligt. Gevraagd wordt de gemiddelde wachttijd per reparatie. Laten we aannemen dat alle machines in juist gereviseerde toestand beginnen op $T = 0$.

Een statistisch juist beeld kan worden verkregen door de nuttige tijden en de reparatietijden voor elke machine steeds door loting uit de bekende verdelingsfunctie $F(t)$ en $G(t)$ te bepalen. Het aaneen rijgen van deze tijden, gelardeerd met de nodige wachttijden is dan verder een kwestie van vlijtig boekhouden, wat aan een rekenautomaat wel is toe te vertrouwen.

Voor ieder der *N* machines noteren we permanent de toestand: nuttige, reparatie- of wachtfase *(n, r of w)*. Bovendien noteren we, ook doorlopend, een tijd $t[i]$ voor iedere machine. Voor de *n* en *r* fase geeft dit het eind van de lopende fase aan, voor de *w* fase het begin. Het hoofdgedeelte van het simulatieprogram ziet er dan uit als in figuur 3. De grootheid *T* is een hulpgrootheid, die het einde van een

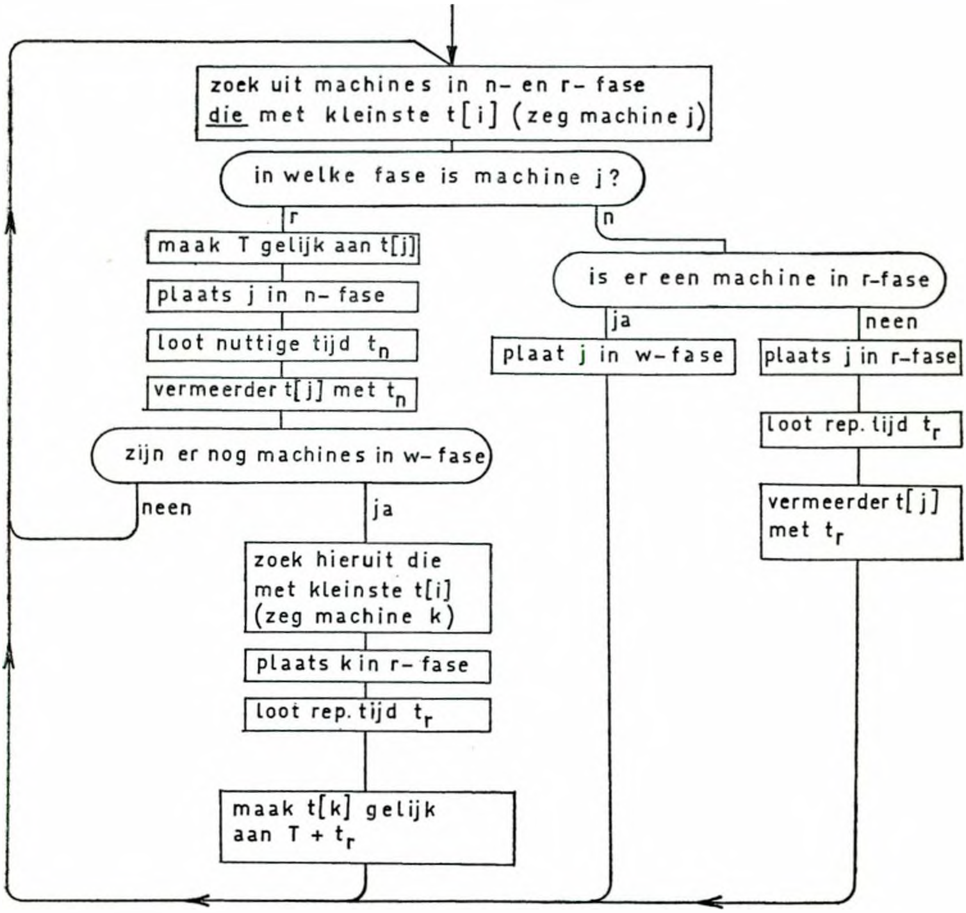

Fig. 3: hoofdgedeelte van stroomdiagram voor simulatie van machinereparaties

reparatietijd identificeert met het einde van een wachttijd als er nog een machine wacht. Dit hoofdgedeelte moet nog worden aangevuld met een niet getekend aanloopstuk. Bovendien moet in het hoofdgedeelte de boekhouding van het totaal der wachttijden nog worden ingebracht. Nadat het hoofdgedeelte een voldoend aantal malen is doorlopen, komt nog een stuk voor de statistische verwerking der resultaten.

Het loten volgens een gegeven verdelingsfunctie $F(t)$ of $G(t)$ is een numerieke routinekwestie. Van huis uit kan een digitale machine - die deterministisch werkt - geen toevoelsgrootheden bepalen. Hiervoor in de plaats gebruikt men dan pseudo-willekeurige grootheden. Wanneer men van de opeenvolgende getallen 1, 2, 3, 4, . . ., steeds de 12e en 13e decimaal van de logarithme zou nemen, zal iedereen wel geloven dat elke combinatie 00 t/m 99 gemiddeld evenveel zal voorkomen. Hoewel het proces volkomen deterministisch is - de uitkomsten liggen tevoren vast! - kunnen we ze best als willekeurige lotingen tussen 00 en 99 gebruiken. Alle pseudo-willekeurige processen die gebruikt worden, werken op een dergelijke wijze, alhoewel natuurlijk het gebruik van ingewikkelde functies als logarithmen ontgaan wordt.

Heeft men eenmaal een pseudo-willekeurig getal tussen 00 en 99 (zeg k), dan kan men hierdoor het zgn. k-de *centiel* van de verdeling bepaald achten. Als gegevens legt men dan in de machine tevoren vast de gemiddelden van de 100 centielklassen van de verdelingen $F(t)$ en $G(t)$.

Er bestaat zeer weinig literatuur over simulatie van de genoemde soort. In de telecommunicatie is men er al sinds 1918 mee bezig. Zelfs zijn er al zeer vroeg simulatiemachines in deze sector gebouwd. Na 1945 zijn er ook enige elektronische machines van dit type gebouwd. Dit zijn dus digitale special-purpose machines. Special-purpose machines zijn natuurlijk goedkoper. Er bestaat echter een reëel gevaar van economische slijtage. De simulatie moet vragen aan het front van een ontwikkeling (hier de telecommunicatiesector) beantwoorden. Het gevaar is dan groot dat een ontworpen special-purpose machine bij zijn realisering de *dan* nieuwe vraagstellingen niet aan zal kunnen. Door de grotere flexibiliteit zijn de general-purpose machines aan de winnende hand. Een nadeel is voorshands nog dat de programmeertalen zich normaliter slecht voor het beschrijven van simulatie-processen lenen.