DYNAMISCHE SERIEGROOTTEBEPALING MET EEN COMPUTER

door N. J. Olie

Voorraadbeheer is in toenemende mate onderwerp van studie geweest. Het streven richtlijnen te geven voor de bepaling van de seriegrootte heeft mathematische formuleringen doen ontstaan voor de omzetting van de volgtijdelijke behoeften in een zodanig patroon, dat daaruit een minimum aan kosten ontstaat. Verschillende formules worden aanbevolen om de seriegrootte te bepalen; formules die gemeen hebben, dat een zekere gelijkmatigheid in de afzet binnen een gekozen periode wordt ondersteld.

In afwijking hiervan kan men een methode nastreven, waarin de wisselingen in tijdstippen en behoeften exact worden verdisconteerd. Een dergelijke techniek - opgezet voor en nagenoeg uitsluitend bruikbaar op een installatie voor elektronische informatieverwerking - wordt hieronder uiteengezet. Het betreffende systeem zal aan de hand van een eenvoudig voorbeeld worden beschreven.

Voor de toelichting gaan wij uit van de volgende willekeurig gekozen gegevens aangaande de behoeften aan een bepaald materiaal en de momenten waarop deze optreden:

Tijdstip waarop nodig	*Nodige hoeveelheid*
1	67
4	25
5	31
7	48
10	5
12	27
13	27

Wij nemen aan, dat voor het betreffende artikel de seriekosten - hetzij voor eigen produktie, hetzij voor bestelling bij derden - *f* 200,-- bedragen. Elke order voor één of meer stuks brengt derhalve een dergelijk kostenbedrag mee. Beperking van deze kosten is mogelijk door combinatie van orders voor dekking van de volgtijdelijke behoeften. Dit leidt ertoe, dat als gevolg van de vervroegde materiaalvoorziening voorraadvorming optreedt. In onderstaand voorbeeld is aangenomen, dat de kosten van voorraadhouding *f* 1,-- per stuk per periode (dag, week, maand e.d.) bedragen.

Conform de doelstelling zal de methode erin moeten resulteren een zodanige combinatie van orders aan te geven, dat het totaal van de seriekosten en voorraadkosten niet alleen beneden 7 × *f* 200,-- ligt, doch zelfs minimaal is. Om dit te bereiken zal steeds voor alle relevante combinatiemogelijkheden de som van deze kosten worden bepaald. Dit geschiedt ter illustratie allereerst volledig voor datgene wat op de tijdstippen 1, 4 en 5 nodig is. Een en ander wordt in tabelvorm samengevat en daarna toegelicht.

Indices tijdstippen	1	2	3	
Tijdstippen	1	4	5	
Benodigde hoeveelheden	67	25	31	
Indices rijen	Totaalkosten			
1	ƒ 200,–			
	„ 75,–			
	+ ———			
2	ƒ 275,–	ƒ 400,–		
	„ 124,–	„ 31,–		
	+ ———	+ ———		
3	ƒ 399,–	ƒ 431,–	ƒ 475,–	ƒ 600,–

Eén bestelling zal steeds nodig zijn, nl. per het tijdstip, waarop de eerste behoefte vervuld moet worden. Uiteraard niet later; ook niet eerder, omdat dan vermijdbare voorraadkosten voorkomen. De tabel vermeldt daarom ƒ 200,– voor $K_{1,1}$.

Voor wat betreft de hoeveelheid, die op het tweede tijdstip (t_2) nodig is, doen zich twee mogelijkheden voor. Een aparte bestelling doet het totaal der kosten tot ƒ 400,– ($K_{2,1}$) oplopen. Zou deze behoefte echter gedekt worden door één bestelling per t_1 te plaatsen, dan bedragen de totale kosten, die daarmee gemoeid zijn:

seriekosten (tijdstip t_1)	ƒ 200,–
voorraadkosten $25 \times (t_2 - t_1) = 25 \times (4 - 1)$	ƒ 75,–
$K_{1,2}$	ƒ 275,–

De totale kosten wanneer de beide behoeften op t_1 en t_2 zijn gecombineerd zijn in rij 2 opgenomen. Op overeenkomstige wijze kan men handelen met de hoeveelheid, die op t_3 nodig is. Rij 3 geeft de totale kosten die zich bij de verschillende combinaties voordoen. Zouden drie aparte orders worden geplaatst, dan belopen de totale kosten ƒ 600,–.

Indien uitgegaan wordt van een aparte order voor de 31 stuks, terwijl de aantallen 67 en 25 in één order worden aangetrokken, zullen de totale kosten ƒ 475,– belopen, nl. een nieuwe order met ƒ 200,– kosten, terwijl uit hoofde van de gecombineerde order voor 92 stuks per t_1 ƒ 275,– kosten ontstaan.

Ziet men per t_3 af van een aparte order, dan doen zich de combinatiemogelijkheden voor:

op t_2 (order van 56 stuks)	
kosten reeds	*f* 400,--
voorraadkosten 31 stuks over (5 - 4) perioden à *f* 1,--	*f* 31,--
$K_{2,3}$	*f* 431,--
of op t_1 (order van 123 stuks)	
kosten reeds	*f* 275,--
voorraadkosten 31 stuks over (5 - 1) perioden à *f* 1,--	*f* 124,--
$K_{1,3}$	*f* 399,--

Uit het voorbeeld blijkt dat het aantal combinatiemogelijkheden steeds met een factor 2 toeneemt voor elke toevoeging aan de reeks der nodige hoeveelheden. Als gevolg hiervan bedraagt het totaal aantal variaties 2^n-1; met n is het aantal tijdstippen aangegeven. In ons voorbeeld komt dit neer op 127 alternatieven. Bij een grotere reeks wordt zelfs voor een rekenautomaat het doorrekenen van deze matrix een tijdrovende zaak.

Uit ons voorbeeld kan blijken, dat het onnodig is alle varianten te berekenen. Beziet men de twee alternatieven op t_3, dan kan die met het hoogste kostenbedrag verder zonder meer buiten beschouwing blijven. Bij een verdere ontwikkeling van het rekenproces zal aan de beide gevonden waarden steeds een zelfde bedrag worden toegevoegd, nl. òf de seriekosten òf de voorraadkosten, berekend als produkt van tijdsverloop en hoeveelheid en kosten per periode.

In formulevorm:

$$K_{i,j} = K_{i,j-1} + \triangle t \times p \times q$$

Hierbij is:

K = het totaal van serie- en voorraadkosten
i,j = kolom- resp. rij-indices
$\triangle t$ = het aantal perioden van opslag
p = de kosten per periode
q = de nodige hoeveelheid aan het eind van de in de beschouwing genomen rij

Voor de afleiding van een nieuwe waarde K op een zelfde tijdstip is slechts de $K_{i,j-1}$ van belang, aangezien het tweede deel van de vergelijking constant is. Wanneer er derhalve twee (vier, acht, enz.) waarden zijn ontstaan voor $K_{i,j-1}$, levert slechts die met het minimumkostenbedrag een bruikbare basis voor voortzetting van het rekenproces.

Door de aangegeven beperking wordt het aantal berekeningen drastisch verminderd. Nu is het teruggebracht tot een tweede machtsfunctie, nl. $\frac{1}{2}$n (n+1), waarbij n het aantal originele bestelmomenten is.

Het gegeven criterium stelt in staat thans voor het volledige behoeftenpatroon de kostenberekening te voltooien.

Indices tijdstippen	1	2	3	4	5	6	7
Tijdstippen	1	4	5	7	10	12	13
Benodigde hoeveelheden	67	25	31	48	5	27	27
Indices rijen	Totaalkosten						
1	200						
2	275	400					
3	399	431	475				
4	687	575	571	599			
5	732	605	596	614	771		
6	1029	821	785	749	825	796	
7	1353	1064	1001	931	906	823	949

De tabel levert in de onderste rij de mogelijkheid met de geringste kosten, t.w. 823 ($K_{6,7}$). Dit minimum doet zich voor door de op t_7 nodige hoeveelheid (27) met die op t_6 (eveneens 27) tot één order samen te voegen. Het zal duidelijk zijn dat, nu de combinatie op t_6 als de meest doelmatige kan worden beschouwd, in feite de reeks van de behoeften tot vijf beperkt is. Het blijkt dat $K_{3,5}$ (*f* 596,–) de laagste kosten geeft. Dit is als volgt ontstaan:

- $K_{1,2}$ — *f* 275,–
- aparte order voor 31 stuks op t_3 — *f* 200,–

  $K_{3,3}$ — *f* 475,–
- voorraadkosten 48 stuks:

  $(t_4 - t_3) \times 48 \times f\ 1,\!- = (7 - 5) \times 48$ — *f* 96,–

  $K_{3,4}$ — *f* 571,–
- voorraadkosten 5 stuks:

  $(t_5 - t_3) \times 5 \times f\ 1,\!- = (10 - 5) \times 5$ — *f* 25,–

  $K_{3,5}$ — *f* 596,–

Op overeenkomstige wijze kan worden vastgesteld dat de orderreeks begint met een combinatie van de op t_1 en t_2 nodige hoeveelheden.

Het alternatief met de laagste eindkosten treedt dus op bij het bestelpatroon:

t_6: 27 + 27 = 54
t_3: 31 + 48 + 5 = 84
t_1: 67 + 25 = 92

Het aangegeven berekeningsproces vergt voor een computer in het algemeen een verwerkingstijd , die in milliseconden is uit te drukken.

Uit een oogpunt van doelmatigheid is aangetoond, dat voor de opbouw van een rij steeds een combinatie van een nieuwe order met de laagste kosten uit de voorgaande rij genomen behoeft te worden. De bepaling van de minimumwaarde heeft echter ook voor de invulling van de matrix nog een gevolg. De afleiding van de waarden in een onderliggende rij behoeft nl. niet verder te gaan dan tot de kolom waarin het laagste bedrag in de voorgaande rij komt.

Dit betekent in feite dat alle elementen van de kostenmatrix gelegen links van de minimumbedragen - door onderstreping aangegeven - overbodig zijn. Het gememoreerde feit is eenvoudig te verklaren door erop te wijzen, dat in één rij steeds een verscheidenheid van combinaties wordt doorgerekend bij toevoeging van één element aan de behoeftenreeks. Wanneer eenmaal de laagste waarde is gevonden, kan men stellen dat per definitie alle combinaties van de nieuwe behoefte met die op vóórliggende tijdstippen een hoger kostenbedrag opleveren. De daaruit te ontwikkelen waarden kunnen slechts lager komen, wanneer het produkt van de nieuwe behoefte met de weekkosten en met het aantal perioden een lager bedrag oplevert. Aangezien de beide eerste factoren constant zijn, is dit slechts mogelijk wanneer de factor tijd lager is, m.a.w. als het tijdverschil tussen de bestelmomenten kleiner is dan bij het gevonden minimum. Combinaties met een groter tijdsinterval zullen steeds in toenemende mate ongunstiger uitkomen dan de gevonden minimumwaarde.

De aangegeven methode is niet meer dan een techniek die voor bepaalde gevallen een praktische oplossing geeft. Voorwaarde is in ieder geval, dat wanneer er een functioneel verband aanwezig is tussen de omvang der voorraden en de hoogte der aanvullingen, dit reeds in het behoeftenschema is verdisconteerd.

Voor de toepassing is daarom allereerst te denken aan bijv. stukproduktie of kleinseriefabricage, waarbij materialen op basis van een behoeftenberekening worden besteld of geproduceerd. In deze gevallen kan men in feite stellen, dat voorraden slechts ontstaan als gevolg van het streven naar optimalisering van de serie/voorraadkosten.

Zijn in een behoeftenschema dat aan het berekenen van een optimale seriegrootte en orderdatum ten grondslag ligt extra prognoses opgenomen wegens de risico's gelegen in te late aflevering, dan zou men, door de cumulaties, die als gevolg van de optimalisering optreden, wellicht de extra ramingen hebben kunnen laten vervallen.

Tenslotte een opmerking over het geheugenbeslag dat de rekensubroutine vergt.

Zoals uit de beschrijving blijkt dienen (maximaal $\frac{1}{2}n(n+1)$ berekeningen te worden gemaakt. De gebruikte formule geeft aan, dat een rij steeds uit de voorgaande wordt afgeleid. Ten einde onnodig beslag op het geheugen van een computer te voorkomen, wordt in het programma elke waarde gesubstitueerd door de daaruit met de formule afgeleide waarde. Voor de ontwikkeling van de gehele matrix zijn daarom n geheugenvelden voldoende.